

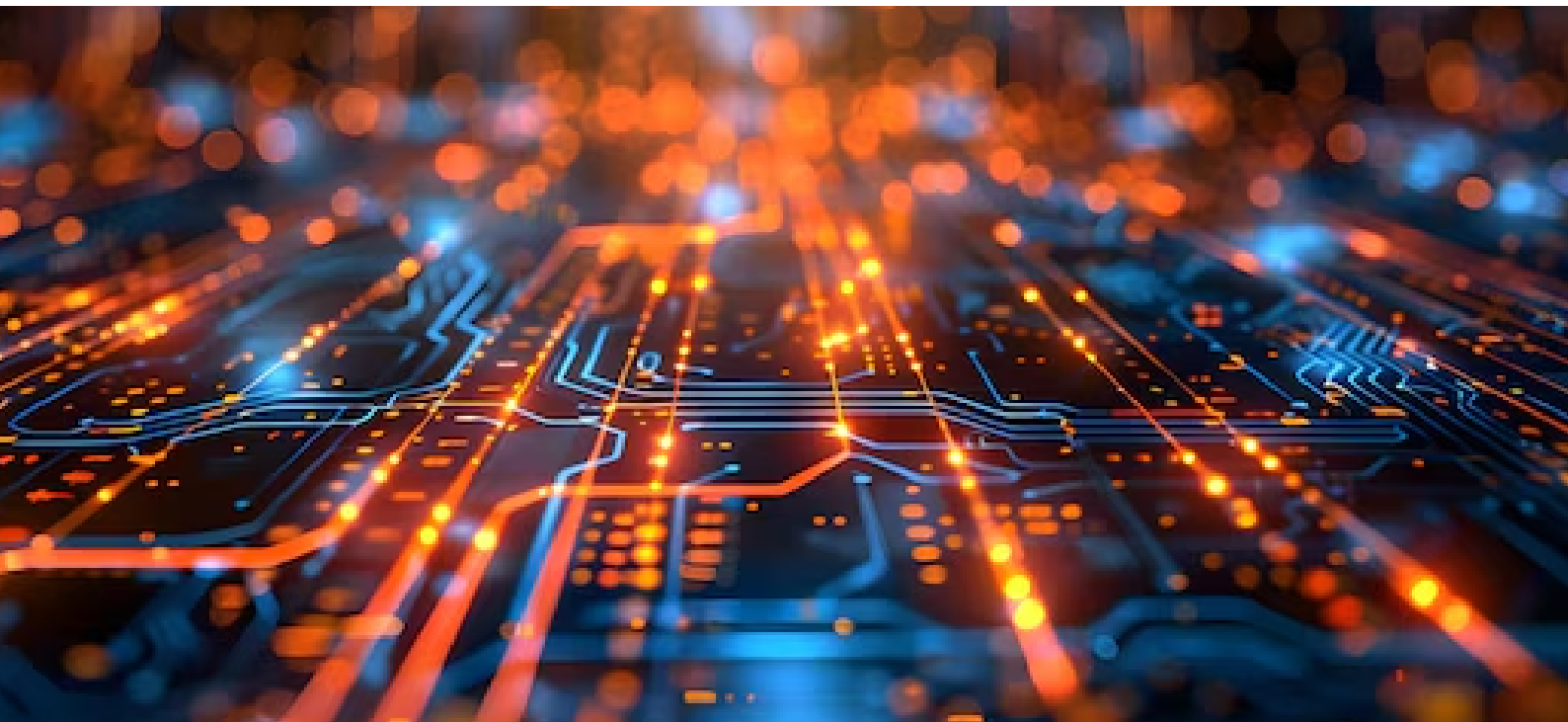


KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI
JABATAN PENDIDIKAN POLITEKNIK DAN KOLEJ KOMUNITI



KONSEP ASAS LITAR ELEKTRIK

ASAS TEORI, PENGIRAAN DAN PENYELESAIAN



MISIDA BINTI SENON
MOHAMAD TARMIZY BIN AHMAD

KONSEP ASAS LITAR ELEKTRIK

ASAS TEORI, PENGIRAAN DAN PENYELESAIAN

MISIDA BINTI SENON

MOHAMAD TARMIZY BIN AHMAD

JABATAN KEJURUTERAAN ELEKTRIK,
POLITEKNIK SEBERANG PERAI

Misida Binti Senon
Mohamad Tarmizy Bin Ahmad

2025
Jabatan Kejuruteraan Elektrik
Politeknik Seberang Perai

HAK CIPTA TERPELIHARA

Tiada mana-mana bahagian daripada penerbitan ini boleh diterjemahkan atau diterbitkan semula dalam mana-mana sistem perolehan semula atau dihantar dalam apa jua bentuk atau dengan sebarang cara, elektronik, mekanikal, rakaman atau cara lain, tanpa kebenaran bertulis daripada Politeknik Seberang Perai terlebih dahulu.

DITERBIT OLEH

POLITEKNIK SEBERANG PERAI

Jalan Permatang Pauh, 13500 Permatang Pauh
Pulau Pinang.

Editor

Misida binti Senon
Mohamad Tarmizy bin Ahmad

Content Reviewer

Faizal Mohamad Twon Tawi

Editor Designer

Misida binti Senon
Mohamad Tarmizy bin Ahmad

Cover Designer

Mohamad Tarmizy bin Ahmad



Tel: 04-538 3322



Fax: 04-538 9266



Email: webmaster@psp.edu.my



Website: www.psp.edu.my



FB: politeknikseberangperai



Ig: politeknikseberangperai

e-ISBN

e ISBN 978-967-2774-79-2



KONSEP ASAS LITAR ELEKTRIK

Penulis : Misida binti Senon, Mohamad Tarmizy bin Ahmad

Editor : Misida binti Senon, Mohamad Tarmizy bin Ahmad

2025

Politeknik Seberang Perai

PRAKATA

Alhamdulillah Rabbilalamin,

Dengan nama Allah Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang.

Puji dan syukur dipanjatkan ke hadarat Allah SWT, di atas terhasilnya buku Konsep Asas Litar Elektrik untuk versi pertama ini.

Buku ini dihasilkan sebagai panduan bagi memenuhi keperluan pengajaran dan pembelajaran untuk membantu pelajar dalam memahami asas bagi litar elektrik. Pada versi yang pertama ini, terdapat beberapa latihan dan contoh penyelesaian yang boleh dijadikan panduan dan latihan oleh pelajar. Buku ini menekankan pada penguasaan ilmu terhadap pemahaman litar merangkumi prinsip rangkaian elektrik arus terus.

Buku yang dihasilkan ini juga telah merujuk kepada kurikulum yang digunakan di Politeknik Malaysia dan telah memenuhi standard dan boleh digunakan sebagai rujukan semasa pembelajaran kursus-kursus yang melibatkan asas litar dan teknologi elektrik.

Oleh kerana buku ini merupakan edisi pertama, pastinya terdapat beberapa kelemahan dan kekurangan dari segi kandungan mahupun pendekatan. Semoga segala cadangan dan kritikan yang diberikan akan dijadikan panduan untuk menambah baik segala isi dan penyampaian untuk penulisan akan datang.

Ribuan terima kasih diucapkan kepada pihak-pihak yang telah terlibat dalam membantu menghasilkan buku pengajaran dan pembelajaran ini.

Misida Binti Senon

Mohamad Tarmizy Bin Ahmad

ISI KANDUNGAN

	Muka Surat
BAB 1 : KONSEP RANGKAIAN ELEKTRIK	
Definisi	1
Sistem Unit Antarabangsa Si	2
Arus Elektrik	3
Voltan	3
Tenaga	4
Kuasa	4
Nombor Kompleks	5
BAB 2 : ELEMEN ANALISIS RANGKAIAN	
Elemen Rangkaian	9
Jenis Rangkaian	10
Elemen Litar	10
Perintang	11
Pemuat/Kapasitor	14
Pearuh/Induktor	22
BAB 3 : HUKUM RANGKAIAN	
Definisi Litar	31
Rangkaian Litar Siri	31
Rangkaian Litar Selari	32
Litar Siri-Selari	37
Hukum Ohm	38
Penukar Delta-Star dan Star-Delta	43
BAB 4 : HUKUM KIRCHOFF DAN ANALISIS RANGKAIAN	
Hukum Kirchhoff	47
Analisis Arus Mesh	51
Analisis Voltan Nodal	56
Teorem Tindihan	58
Teorem Thevenin	62
Teorem Norton	67

Muka Surat**BAB 5 : JELMAAN LAPLACE**

Takrifan Jelmaan Laplace	71
Jadual Jelmaan Laplace	74
Kaedah Jelmaan Laplace	74
Sifat Transformasi Laplace	78

BAB 6 : JELMAAN LAPLACE SONGSANG

Takrifan Jelmaan Laplace Songsang	81
Kaedah Laplace Songsang	81
Penggunaan Jelmaan Laplace Dalam Litar Elektrik RLC	92

BAB 1 : KONSEP RANGKAIAN ELEKTRIK

OBJEKTIF AM :

Pelajar akan dapat memahami konsep-konsep asas litar elektrik, arus, voltan, rintangan, kuasa dan tenaga elektrik.

OBJEKTIF KHUSUS :

Di akhir unit ini anda dapat :

- ❑ Mentakrifkan kuantiti-kuantiti asas elektrik.
- ❑ Menentukan jenis-jenis litar elektrik.
- ❑ Menyatakan hubungan di antara arus, voltan dan rintangan .
- ❑ Mentakrifkan maksud kuasa elektrik
- ❑ Menerangkan maksud tenaga elektrik

DEFINISI

Analisis : satu kajian (matematik) tentang entiti kompleks dan saling hubungan bahagian-bahagiannya.

Litar : satu saling hubungan satu peranti elektrik ringkas yang mana sekurang-kurangnya terdapat satu laluan tertutup di mana arus boleh mengalir.

Analisis litar : kajian matematik saling hubungan bagi peranti-peranti elektrik ringkas yang mengandungi sekurang-kurangnya satu laluan tertutup Ulangkaji

Elektrik : merupakan satu tenaga yang tidak dapat dilihat tetapi boleh dirasakan dan digunakan oleh manusia pada hari ini dan akan datang. Tenaga elektrik dapat dihasilkan kesan daripada tindakan:-

- a) Geseran
- b) Haba
- c) Aruhan electromagnet

Tindakan daripada tenaga elektrik boleh ditukarkan kepada beberapa punca tenaga yang lain yang boleh digunakan seperti:

- a) Tenaga cahaya - seperti lampu
- b) Tenaga haba - seperti seterika
- c) Tenaga bunyi - seperti radio
- d) Tenaga gerakan - seperti motor

Elektrik terdiri daripada dua (2) jenis iaitu elektrik statik dan elektrik dinamik.

- a) Elektrik Statik – Keadaan di mana tiada pergerakan elektron dalam arah tertentu.
- b) Elektrik Dinamik – Keadaan di mana terdapat pergerakan elektron dalam arah tertentu.

SISTEM UNIT ANTARABANGSA SI

Sistem unit yang digunakan dalam kejuruteraan dan sains adalah menggunakan sistem unit antarabangsa, biasanya menggunakan singkatan unit SI (*International System of unit*) dan berdasarkan sistem metrik. Dalam system ini, terdapat empat kuantiti asas, iaitu panjang, masa, daya dan jisim.

Jadual 1.1 Unit Kuantiti Asas

Kuantiti	Simbol	Unit	Simbol
Jisim	m	Kilogram	<i>kg</i>
Daya	F	Newton	<i>N</i>
Panjang	l	meter	m
Masa	t	Saad	s

Jadual berikut memberikan senarai beberapa unit ukuran elektrik standard yang digunakan dalam formula elektrik dan nilai komponen.

Jadual 1.2 Unit Pengukuran Standard dalam Elektrik

No	Kuantiti	Simbol	Unit	Formula
1	Cas	Q	Coulomb, C	$I \times t$
2	Arus	I	Ampere, A	Q/t
3	Voltan	V	Volt, V	W/Q
4	Tenaga	W	Joule, J	$P \times t$
5	Kuasa	P	Watt, W	W/t
6	Rintangan	R	Ohm, Ω	V/I
7	Pemuat	C	Farad, F	Q/V
8	Pearuh	L	Henry, H	Φ/I
9	Frekuensi	F	Hertz, Hz	$1/t$
10	Galangan	Z	Ohm, Ω	V/I

ARUS ELEKTRIK

- Arus didefinisikan sebagai pergerakan elektron bebas di antara atom-atom yang mengalir di sepanjang pengalir (kabel). Kekuatan perbezaan upaya yang terdapat pada setiap hujung pengalir menentukan berapa banyak elektron yang berubah dari gerakan secara rawak ke laluan yang lebih terarah melalui pengalir.
- Untuk menghasilkan arus, elektron mesti digerakkan oleh beza upaya atau sejumlah daya. Simbol untuk arus ialah (I). Pengukuran asas untuk arus ialah ampere (A). Satu ampere arus ditakrifkan sebagai pergerakan satu coulomb cas melalui setiap titik pengalir yang diberikan selama satu saat. Arus hanya dapat mengalir sekiranya litar adalah lengkap (tertutup).
- Di sini, satu coulomb(Q) cas bersamaan dengan 6.25×10^{18} elektron.
 - Unit: Ampere (A)
 - $1 \text{ A} = \text{pemindahan } 1 \text{ C cas dalam } 1 \text{ s}$
 - $I = Q / t$

Contoh

Kira jumlah cas apabila arus elektrik 10A mengalir dalam masa 4 minit.

$Q=It$ coulomb ; $I=10\text{A}$ dan $t=4 \times 60=240\text{s}$. Oleh itu

$$Q = 10 \times 240 = \mathbf{2400C}$$

VOLTAN

- Sejumlah tenaga keupayaan atau tekanan yang diperlukan untuk menggerakkan arus elektrik supaya mengalir. Tenaga keupayaan ini dipanggil daya gerak elektrik (d.g.e). Unit ukuran asas untuk perbezaan upaya di antara dua titik adalah volt (simbol V). Volt juga didefinisikan sebagai jumlah daya yang diperlukan untuk memaksa satu ampere arus melalui satu ohm rintangan. Arus akan mengalir dari titik tekanan tinggi ke titik tekanan rendah.
 - Daya gerak elektrik dan beza upaya diukur dalam unit Volt (V).
 - 1 Volt bersamaan tenaga yang diperlukan untuk menggerakkan 1 C cas di dalam suatu pengalir.
 - $V = W/Q$

TENAGA

- Tenaga ialah keupayaan atau kemampuan untuk melakukan sebarang kerja. Satu arus tidak boleh mengalir di dalam suatu pengalir, sehingga suatu sumber luar berbentuk tenaga seperti bateri dibekalkan kepadanya.
- Kemampuan melakukan sebarang kerja.
- Unit bagi tenaga adalah Joule (J)
- Tenaga, $E = \frac{1}{2}(mv^2)$

KUASA

- Unit kuasa adalah watt (W) di mana satu watt adalah satu joule sesaat. Kuasa ditakrifkan sebagai kadar melakukan kerja atau memindahkan tenaga dalam satuan masa. Dengan kata lain, kekuatan adalah ukuran seberapa cepat kerja dapat dilakukan. Oleh itu;
 - Unit **kuasa ialah Watt** = 1 Joule / 1 saat.
 - $P = W / t$

di mana W adalah kerja yang dilakukan atau tenaga dipindahkan, dalam joule, dan t adalah masa, dalam beberapa saat. Oleh itu;

- **tenaga, dalam joule, $W = Pt$**
- Unit: Joule / s atau Watt (W)
- 1 W = Daya yang digunakan apabila arus 1 A mengalir melalui potensi 1 V

- Unit pengukuran SI Power adalah Watt, mewakili penjana atau penyerapan tenaga pada kadar 1 Joule / saat. Unit pengukuran Power dalam sistem Inggeris adalah kuasa kuda, yang bersamaan dengan 735.7 Watt.

○ $P = IV$

NOMBOR KOMPLEKS

Nombor kompleks terdiri daripada dua bahagian

- **bahagian nyata (a)** dan **bahagian khayalan (jb)**
- Di mana **a** dan **b** adalah nombor nyata atau nombor sebenar
- bahagian khayalan (b), yang merupakan bilangan sebenar yang didarab dengan $j = \sqrt{-1}$, unit khayalan.
- Nombor kompleks Z, boleh digambarkan sebagai:

$$Z = a + jb @ Z = a + ib \quad ; \quad \text{di mana } j = \sqrt{-1}.$$


$$j^2 = -1$$

$$j = \sqrt{-1}$$

$$j^3 = (j^2)(j) = (-1)(j) = -j$$

$$j^4 = (j^2)(j^2) = (-1)(-1) = 1$$

- $(-1)^{\text{nombor genap}} = 1$
- $(-1)^{\text{nombor ganjil}} = -1$

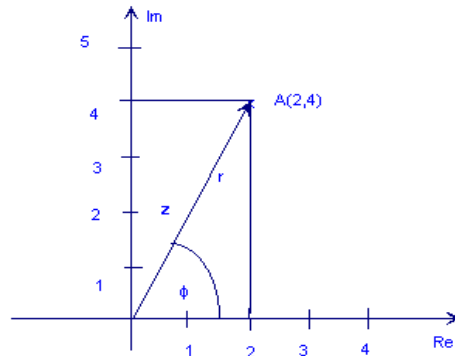
Contoh:

- j^8
- j^{14}
- $5j^4 - 2j^{15}$

Penyelesaian:

- $j^8 = j^{2(4)} = (-1)^4 = 1$
- $j^{14} = j^{2(7)} = (-1)^7 = -1$
- $5j^4 - 2j^{15} = 5j^{2(2)} - 2j^{2(7)}j = 5(-1)^{(2)} - 2(-1)^{(7)}j = 5(1) - 2(-1)j = 5 + 2j$

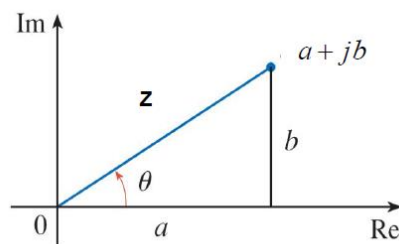
Nombor kompleks boleh diwakili sebagai titik pada satah dua dimensi. Bahagian sebenar nombor kompleks adalah unjuran titik ke paksi sebenar, dan bahagian khayalan nombor adalah unjuran ke paksi khayalan. Apabila nombor kompleks dilambangkan sebagai jumlah bahagian nyata dan khayalan, kita mengatakannya ada *segi empat tepat* atau *bentuk algebra*.



Angka berikut menunjukkan nombor kompleks $Z = 2 + 4j$

Bentuk-bentuk nombor kompleks:

- | | |
|--------------------------|---|
| i) Bentuk Cartesian | ----- $Z = 1 + j$ |
| ii) Bentuk Kutub | ----- $Z = Z \angle \theta$; $Z = r \angle \theta$ |
| iii) Bentuk Trigonometri | ----- $Z = Z (\cos \theta + i \sin \theta)$; $Z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ |
| iv) Bentuk Eksponen | ----- $Z = re^{j\theta}$ (θ dalam bacaan radian) |



Penukaran bentuk cartesian kepada bentuk polar

$$Z = a + jb$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad ; \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$(Z) = r \angle \theta$$

$$(Z) = \sqrt{a^2 + b^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Penukaran bentuk polar kepada bentuk cartesian

$$Z = a + jb \quad \text{-----} \quad Z = r \cos \theta + j r \sin \theta$$

Penambahan dan Penolakan Nombor Kompleks

Contoh nombor kompleks:

$$Z_1 = 5 + 3j$$

$$Z_2 = 4 - 2j$$

i) $Z_1 + Z_2$

ii) $Z_1 - Z_2$

Penyelesaian:

i) $Z_1 + Z_2 = (5 + 3j) + (4 - 2j) = (5 + 4) + (3j + (-2)j) = 9 + j$

ii) $Z_1 - Z_2 = (5 + 3j) - (4 - 2j) = (5 - 4) + (3j - (-2j)) = 1 + 5j$

Nombor nyata ditambah / ditolak
dengan nombor nyata

Nombor khayal ditambah / ditolak
dengan nombor khayal

Latihan:

a) $(3 + 4j) + (5 + 6j)$

Jawapan : $(8 + 10j)$

b) $(5 + 3j) - (8 + 2j)$

Jawapan : $(-3 + j)$

c) $(4 - 2j) - (2 - 5j)$

Jawapan : $(2 + 3j)$

Pendaraban dan Pembahagian Nombor Kompleks

Contoh nombor kompleks:

$$\begin{array}{lcl} Z_1 = 5 - j2 & \longrightarrow & Z_1 = 5.4 \angle -21.8^\circ \\ Z_2 = -3 - j8 & & Z_2 = 8.5 \angle -110.6^\circ \end{array}$$

$$\begin{aligned} (Z_1)(Z_2) &= (5 - j2)(-3 - j8) \\ &= -15 - j40 + j6 + j^2 16 \\ &= -31 - j34 \\ &= 46 \angle -132.4 \end{aligned}$$

Or

$$\begin{aligned} (Z_1)(Z_2) &= (5.4 \angle -21.8^\circ)(8.5 \angle -110.6^\circ) \\ &= (5.4)(8.5) \angle (-21.8^\circ)(-110.6^\circ) \\ &= 45.9 \angle -132.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(Z_1)}{(Z_2)} &= \frac{(5.4 \angle -21.8^\circ)}{(8.5 \angle -110.6^\circ)} \\ &= \frac{5.4}{8.5} \angle (-21.8^\circ) - (-110.6^\circ) \\ &= (5.4)(8.5) \angle (-21.8^\circ)(-110.6^\circ) \\ &= 45.9 \angle -132.4 \end{aligned}$$

$$Z_3 = 5 + 3j$$

$$Z_4 = 4 - 2j$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} Z_3 \times Z_4 &= (5 + 3j) \times (4 - 2j) \\ &= (5 \times 4) + (5 \times (-2j)) + (3j) \times (4) + (3j) \times (-2j) \\ &= (20) + (-10j) + (12j) + (-6j^2) \\ &= (20) + (2j) + (-6(-1)) \\ &= (20) + (2j) + (6) = \mathbf{26 + 2j} \end{aligned}$$

Latihan:

a) $(3 + 4j) \times (2 - 3j)$

Jawapan : $(18 - j)$

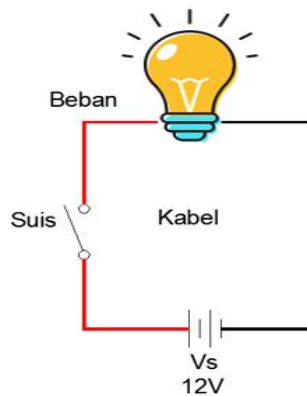
b) $(4 + j) \times (3 + 2j)$

Jawapan : $(10 + 11j)$

BAB 2 : ELEMEN ANALISIS RANGKAIAN

ELEMEN RANGKAIAN

Maksud Rangkaian - Satu sambungan lengkap sumber elektrik (sel) dan beban elektrik (mentol) dengan menggunakan pengalir (wayar)



- i. **Sumber** – Merupakan punca pengeluaran/pembekal tenaga elektrik seperti janakuasa dan bateri. Terdapat sumber yang boleh diperbaharui. Contoh sumber yang boleh diperbaharui ialah solar. Manakala sumber yang tidak boleh diperbaharui ialah bateri yang tidak boleh dicas semula. (Bateri yang boleh dicas semula dianggap sumber yang boleh diperbaharui sementara)
- ii. **Beban** – ialah alat yang melakukan tugas dan menggunakan tenaga elektrik yang dibekalkan. Beban ini menghasilkan kesan tertentu seperti cahaya pada mentol, bunyi pada pembesar suara dan putaran pada motor.
- iii. **Pengawal** – Merupakan bahagian yang mengawal aliran arus elektrik dengan selamat seperti memutus dan menyambungkan litar. Kawalan ini boleh dilakukan secara insaniah (manual) dan automatik contohnya kawalan suis, kawalan suhu penyaman udara, kawalan suhu periuk nasi elektrik.
- iv. **Pengalir** (wayar/kabel) – Merupa perantaraan yang mengalirkan tenaga dari sumber ke beban. Ia bertugas membawa arus elektrik. Terdapat dua jenis medium iaitu kabel /wayar dan tanpa wayar. Contoh medium tanpa wayar ialah gelombang radio, infrared dan bluetooth.

JENIS RANGKAIAN

Jenis-jenis Litar

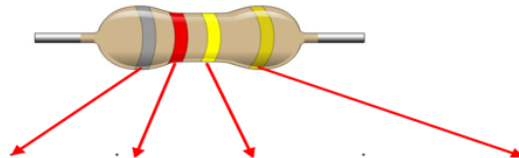
- a. Litar mudah
 - Litar yang mengandungi satu sumber, satu beban dan pengalir
- b. Litar pintas
 - Litar tanpa beban
 - Litar yang mengandungi wayar pintasan
- c. Litar Tertutup
 - Litar ini mempunyai satu kitaran lengkap pergerakan arus, voltan dan kuasa dalam satu litar elektrik. Contohnya lampu menyala apabila suis ditekan.
- d. Litar Buka
 - Litar ini ialah litar yang tidak mempunyai satu kitaran lengkap arus, voltan dan kuasa dalam satu litar elektrik. Contohnya suis lampu tidak menyala kerana suis tidak ditekan.
- e. Litar siri
 - Litar yang mengandungi beban elektrik yang disambung secara siri
- f. Litar selari
 - Litar yang mengandungi beban elektrik yang disambung secara selari
- g. Litar siri selari
 - Litar yang mengandungi beban elektrik yang disambung secara siri dan juga selari

ELEMEN LITAR

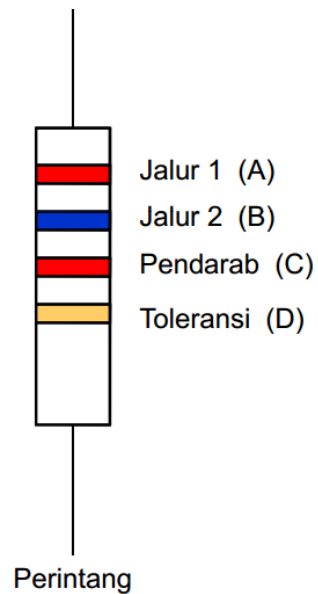
- Elemen Aktif -** Berkemampuan membekalkan kuasa kepada litar
Contoh : punca voltan dan arus
- Elemen Pasif -** Hanya mampu menerima kuasa
Contoh : perintang, induktor, kapasitor dan lain-lain

PERINTANG

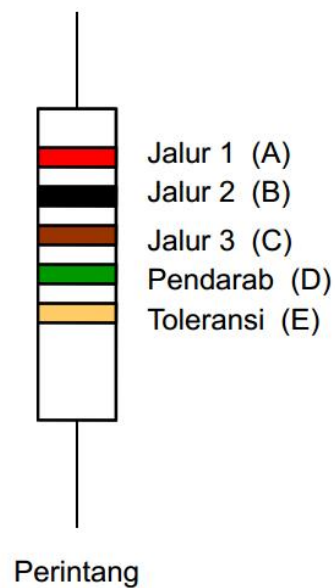
- Perintang merupakan komponen yang diperbuat daripada bahan yang mengalirkan elektrik, tetapi menghadkan pengaliran arus elektrik dalam sesuatu litar.
- Jenis bahan ini juga dipanggil semikonduktor kerana ia bukan konduktor yang baik atau penebat yang baik. Semikonduktor mempunyai lebih daripada satu atau dua elektron dalam cengkerang valensinya, tetapi kurang dari tujuh atau lapan. Contoh semikonduktor adalah karbon, silikon, germanium, timah, dan plumbum. Masing-masing mempunyai empat elektron valensi.
- Jumlah pengaliran arus dalam litar adalah bergantung kepada nilai rintangan yang terdapat pada litar tersebut. Rintangan yang rendah dalam litar membolehkan pengaliran arus yang tinggi manakala rintangan tinggi membenarkan pengaliran arus yang rendah.
- Pengalir yang lebih panjang akan menghasilkan rintangan yang lebih tinggi daripada pengalir yang pendek.
- Unit bagi rintangan ialah **ohm (Ω)**. Simbolnya ialah **R**.
- Terdapat empat jalur berwarna di sekitar badan setiap perintang. Tiga daripada band digunakan untuk menunjukkan nilai perintang sementara yang keempat menunjukkan toleransi. Setiap warna yang terdapat pada perintang mempunyai nilainya tersendiri.



Warna	Jalur 1	Jalur 2	Jalur 3 (Pekali)	Jalur ke 4 (Toleransi)
Hitam	0	0	1 Ω	$\pm 1\%$
Perang	1	1	10 Ω	$\pm 2\%$
Merah	2	2	100 Ω	
Jingga	3	3	1000 Ω	
Kuning	4	4	10000 Ω	
Hijau	5	5	100000 Ω	$\pm 0.5\%$
Biru	6	6	1000000 Ω	$\pm 0.25\%$
Ungu	7	7	10000000 Ω	$\pm 0.10\%$
Kelabu	8	8	100000000 Ω	$\pm 0.05\%$
Putih	9	9	1000000000 Ω	
Emas			0.1 Ω	$\pm 5\%$
Perak			0.01 Ω	$\pm 10\%$

Formula Pengiraan Kod Warna Perintang 4 Jalur**Formula :**

$$AB \times 10^C \text{ Ohm} \pm D \%$$

Formula Pengiraan Kod Warna Perintang 5 Jalur**Formula :**

$$ABC \times 10^D \text{ Ohm} \pm E \%$$

Contoh :



Jika sesebuah perintang mempunyai warna:

Coklat – Hijau – Merah – Emas

Kirakan nilai perintang tersebut.

Nilai perintang adalah: $\longrightarrow 15 \times 100 \pm 5\% = 1500\Omega = 1.5K\Omega$, tolerance $\pm 5\%$

- Jenis perintang ini digunakan untuk aplikasi yang berbeza.
 - 1Ω = Unsur dengan rintangan 1Ω akan membolehkan 1 A melaluinya jika voltan 1 V diterapkan merentasi elemen
 - Jika $R = 0\Omega$, maka litar pintas (aliran arus besar)
 - Jika $R = \infty\Omega$, maka litar terbuka (tiada aliran arus)
- Perintang berfungsi berdasarkan prinsip undang-undang Ohm yang menyatakan bahawa "voltan yang dikenakan di terminal perintang berkadar langsung dengan arus yang mengalir melaluinya"

Contoh :

Sebuah perintang memiliki empat jalur warna seperti berikut :

Merah – kuning – hijau – emas.

Berapakah nilai perintang tersebut?

Jawapan :

Jalur 1 warna merah = 2

Jalur 2 warna kuning = 4

Jalur 3 warna hijau = 10^5

Jalur 4 warna emas = 5 %

Nilai ideal perintang tersebut adalah $24 \times 10^5 \pm (5\% \times 24 \times 10^5)$. Jadi nilai resistor tersebut adalah dalam julat $2.280.000 \sim 2.520.000\Omega$.

Latihan

- 1) Jelaskan fungsi perintang?
- 2) Diketahui perintang dengan warna sebagai berikut;
 - a. Merah, biru, ungu, emas
 - b. Coklat, merah, merah
 - c. Kuning, hitam, cokelat, perak

Kirakan nilai perintang-perintang di atas.

- 3) Diketahui perintang dengan nilai seperti berikut;
 - a. $4.7 \text{ K}\Omega$
 - b. $1.2 \text{ M}\Omega$
 - c. 68Ω

Tentukan warna perintang-perintang tersebut.

PEMUAT/KAPASITOR

Takrifan Pemuat/Kapasitor

- Pemuat atau kapasitor merupakan komponen elektrik atau elektronik yang berfungsi untuk menyimpan dan membuang cas elektrik. Pada asasnya, pemuat terdiri daripada dua plat logam atau 2 pengalir yang selari dan dipisahkan oleh penebat yang dipanggil **dielektrik**. Dielektrik ini boleh terdiri daripada udara, kertas, mika, polister atau elektrolitik.

Takrifan Kemuatan Dalam Litar Elektrik

- Kemuatan ialah sifat menentang sebarang perubahan bezaupaya (voltan) dalam litar. Oleh yang demikian kemuatan ialah kemampuan sesuatu pemuat untuk menyimpan cas dan tenaga elektrik.

Unit Piawai Dan Simbol Kapasitor

- Simbol kemuatan ialah **C**
- Unit bagi kemuatan ialah **Farad (F)**
- Kemuatan 1 Farad bermakna suatu pemuat boleh menyimpan 1 Coulomb cas elektrik apabila pemuat itu dibekalkan voltan 1 volt.

- Oleh itu 1 Farad ialah satu Coulomb per Volt.

$$\text{Kemuatan, } C = \frac{\text{Cas, Q (Coulomb)}}{\text{Perbezaan keupayaan (Volt)}} \text{ Farad}$$

$$C = \frac{Q}{V} \text{ Farad}$$

Q = Cas elektrik (Coulomb,C)

V = Voltan (Volt,V)



- Unit yang biasa digunakan ialah mikrofarad (μF), nanoFarad (nF) dan pikoFarad (pF).
Persamaan unit kemuatan.

$$1 \mu\text{F} = 0.000\,001 \text{ F atau } 1 \times 10^{-6} \text{ F.}$$

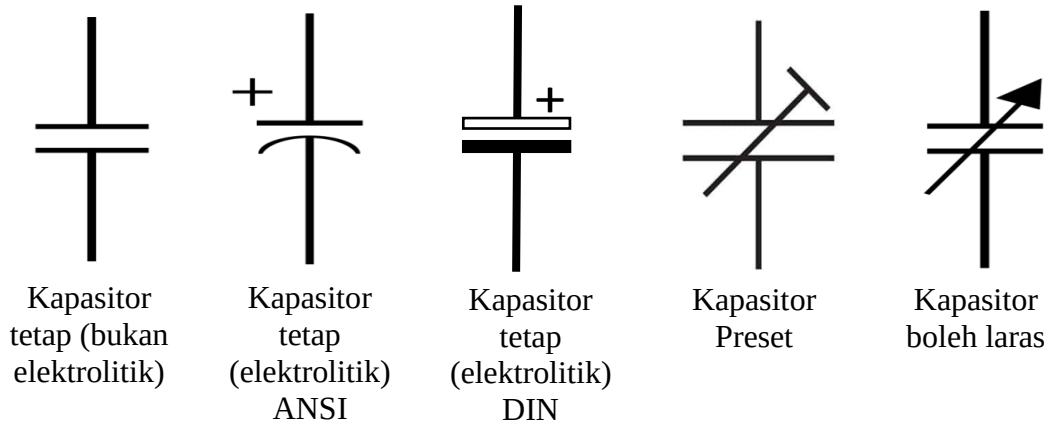
$$1 \text{ nF} = 0.000\,000\,001 \text{ F atau } 1 \times 10^{-9} \text{ F.}$$

$$1 \text{ pF} = 0.000\,000\,000\,001 \text{ F atau } 1 \times 10^{-12} \text{ F.}$$

Kegunaan Kapasitor

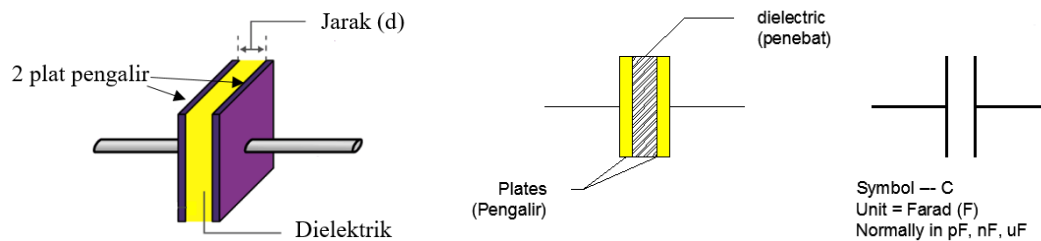
- Pemuat digunakan dalam peralatan elektronik seperti radio, televisyen dan perakam video.
 - Litar penala frekuensi gelombang radio (tuner)
 - Litar penapis pada pembekal kuasa (noise filter)
 - Litar penghapus percikan api dlm system nyalaan enjin kereta
 - Litar “flash” kamera
- Kapasitor yang bernilai besar akan menyimpan lebih banyak cas elektrik dan akan mengambil masa yang lama untuk mengecap.

Simbol Kapasitor



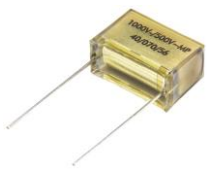
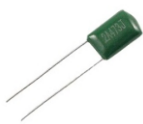
Binaan Kapasitor

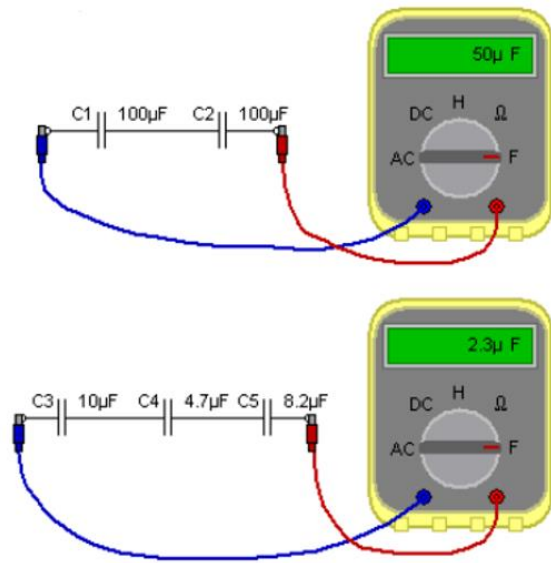
- Terdiri daripada 2 plat yang dipisahkan antara satu sama lain dengan penebat yang dikenali sebagai dielektrik. Bahan-bahan dielektrik seperti kertas, vakum, seramik, gelas dan lain-lain.



Jenis Kapasitor

- Kapasitor terbahagi kepada dua iaitu :
 - Kapasitor tetap
 - Kapasitor boleh ubah

Nama Pemuat		Gambar
Kapasitor tetap	Kapasitor seramik • Nilai kemuatan rendah. Antara 0.5pF - 0.1μF. • Plat - satu cakera atau rod seramik/lapisan perak. • Dielektrik : seramik.	
Kapasitor tetap	Kapasitor Kertas • Jenis biasa dan ringkas. • Plat – 2 bilah keranjang aluminium panjang. • Dielektrik – bilah-bilah kertas wax. • Nilai kemuatan antara 0.0001mF - 0.1mF.	
Kapasitor tetap	Kapasitor Mika • Berkualiti tinggi. • Plat keranjang logam dibentuk berlapis lapis. • Dielektrik – mika. • Nilai kemuatannya antara 50pF - 500pF.	
Kapasitor tetap	Pemuat Polyester	
Kapasitor tetap	Kapasitor Elektrolit • Nilai kemuatan tinggi. • Nilai kemuatannya antara 5mF - 1000mF. • Dielektrik – elektrolitik (borax, fostat atau karbonat). • Mempunyai polariti.	
Kapasitor tetap	Kapasitor Tantalum	
Kapasitor boleh ubah	Trimmer/preset • Plat – 2 plat logam. • Dielektrik – mika. • Kemuatan yang kecil.	
	Pemuat dwigang • Plat - 2 set plat logam berselang-seli dengan udara. • Dielektrik – udara. • Untuk menala penerimaan radio.	

Sambungan Kapasitor Siri

$$\frac{1}{C_T} = + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_T = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$$

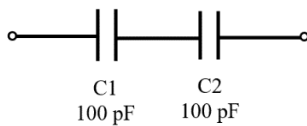
$$C_T = \frac{100 \mu F \times 100 \mu F}{100 \mu F + 100 \mu F}$$

$$C_T = \mathbf{50 \mu F}$$

$$\frac{1}{C_T} = + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Contoh 1:

Cari jumlah kapasitor untuk sambungan di bawah.



$$C_T = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_T = \frac{100 \text{ pF} \times 100 \text{ pF}}{100 \text{ pF} + 100 \text{ pF}}$$

$$C_T = \mathbf{50 \text{ pF}}$$

Contoh 2:

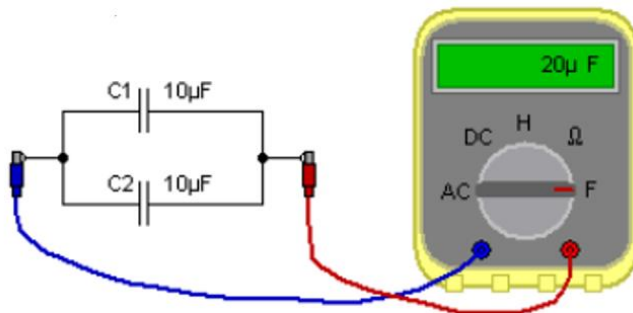
Cari jumlah kapasitor yang disambungkan secara bersiri, masing-masing dengan ;
C1 = 1 µF, C2 = 5 µF, dan C3 = 8 µF.

$$\frac{1}{C_T} = + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

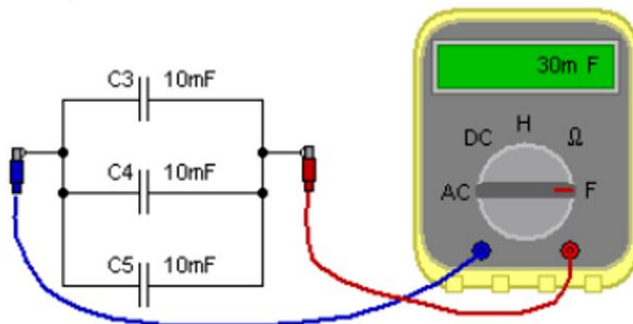
$$\frac{1}{C_T} = + \frac{1}{1 \mu F} + \frac{1}{5 \mu F} + \frac{1}{8 \mu F}$$

$$C_T = \mathbf{0.755 \mu F}$$

Sambungan Kapasitor Selari

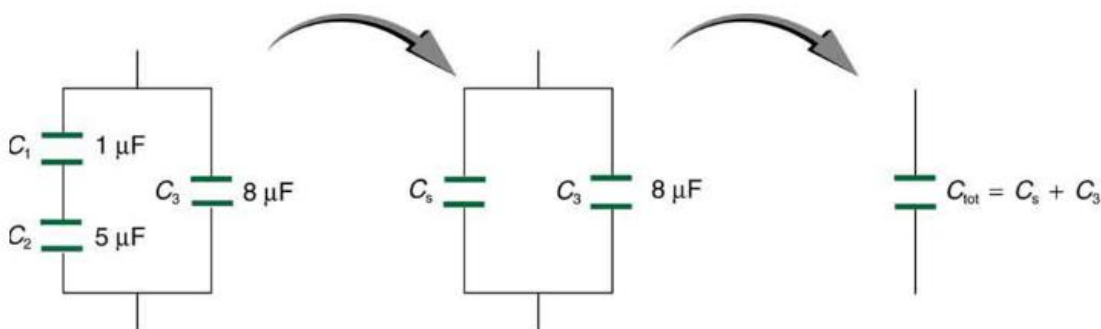


$$\begin{aligned}C_T &= C_1 + C_2 \\C_T &= 10 \mu F + 10 \mu F \\C_T &= \mathbf{20 \mu F}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}C_T &= C_1 + C_2 + C_3 \\C_T &= 10 mF + 10 mF + 10 mF \\C_T &= \mathbf{30 \mu F}\end{aligned}$$

Sambungan Kapasitor Siri - Selari



$$\begin{aligned}C_s &= \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} \\C_s &= \frac{1 \mu F \times 5 \mu F}{1 \mu F + 5 \mu F} \\C_s &= \mathbf{0.83 \mu F}\end{aligned}$$

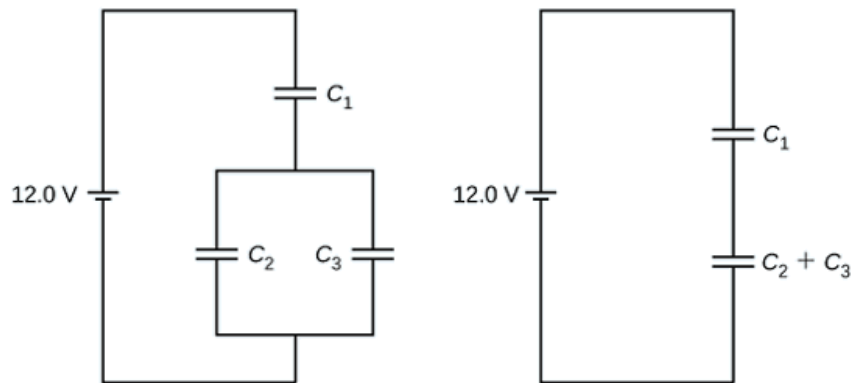
$$\begin{aligned}C_T &= C_s + C_3 \\C_T &= 0.83 \mu F + 8 \mu F \\C_T &= \mathbf{0.83 \mu F}\end{aligned}$$

Contoh:

Merujuk kepada litar di bawah. Di beri $C_1 = 12\mu F$, $C_2 = 2\mu F$ dan $C_3 = 4\mu F$

Tentukan :

- Jumlah kapasitor
- Jumlah cas
- Voltan merentasi setiap kapasitor

**Penyelesaian :**

- a) Jumlah kapasitor C_T

$$\begin{aligned} C_a &= C_2 + C_3 \\ C_a &= 2\mu F + 4\mu F \\ C_a &= \mathbf{6\mu F} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{C_1 \times C_a}{C_1 + C_a} \\ C_T &= \frac{12\mu F \times 6\mu F}{12\mu F + 6\mu F} \\ C_T &= \mathbf{4\mu F} \end{aligned}$$

- b) Jumlah cas

Kapasitor dalam sambungan siri mempunyai cas yang sama: $Q_1 = Q_a$

$$\begin{aligned} Q &= C \times V ; 12V = V_1 + V_a \\ 12 &= \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_1}{C_a} \\ 12 &= \frac{Q_1}{12\mu} + \frac{Q_1}{6\mu} ; Q_1 = 48\mu F \\ V_1 &= \frac{Q_1}{C_1} = \frac{48\mu F}{12\mu F} = 4V \end{aligned}$$

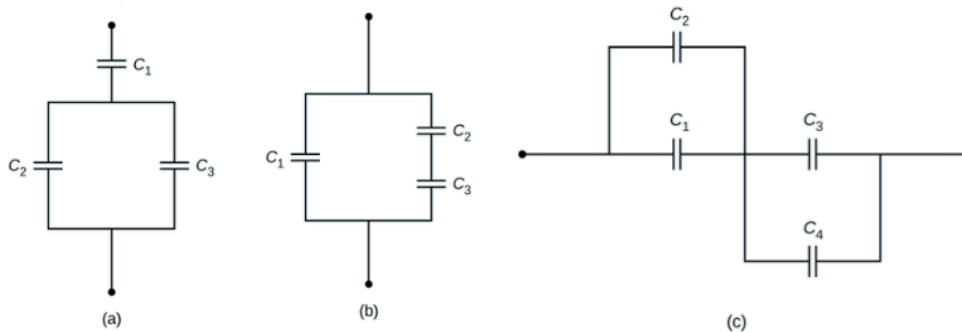
$$\begin{aligned} V_2 &= V_3 = 12V - 4V = 8V \\ Q_2 &= C_2 \times V_2 = (2\mu F)(8\mu F) = 16\mu C \\ Q_3 &= C_3 \times V_3 = (4\mu F)(8\mu F) = 32\mu C \end{aligned}$$

Latihan Kapasitor Siri - Selari

Merujuk kepada litar di bawah. Di beri $C_1 = 1 \text{ pF}$, $C_2 = 2 \text{ pF}$, $C_3 = 4 \text{ pF}$ dan $C_4 = 5 \text{ pF}$

Tentukan :

- Jumlah kapasitor
- Jumlah cas
- Voltan merentasi setiap kapasitor



Jawapan

Litar (a)

$$C = 0.86 \text{ pF}, Q_1 = 10 \text{ pC}, Q_2 = 3.4 \text{ pC}, Q_3 = 6.8 \text{ pC}$$

Litar (b)

$$C = 2.3 \text{ pF}, Q_1 = 12 \text{ pC}, Q_2 = Q_3 = 16 \text{ pC}$$

Litar (c)

$$C = 2.3 \text{ pF}, Q_1 = 9.0 \text{ pC}, Q_2 = 18 \text{ pC}, Q_3 = 12 \text{ pC}, Q_4 = 15 \text{ pC}$$

PEARUH / INDUKTOR

Takrifan Asas Dan Kuantiti Kearuhan

Induktor:

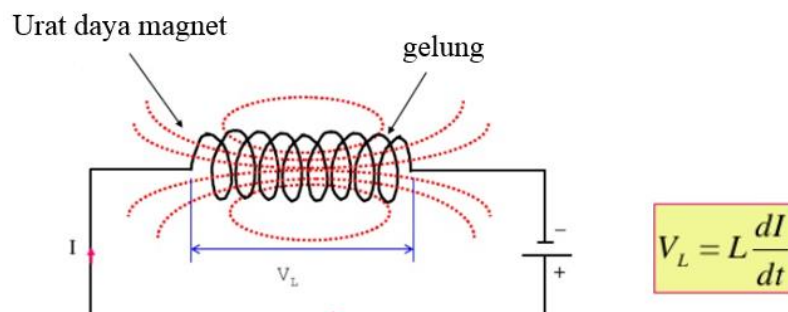
Induktor ialah komponen yang mempunyai sifat menentang sebarang perubahan pengaliran arus dan mempunyai sifat aruhan seperti induktor, gegelung, dan choke. Ianya sering digunakan dalam litar keluaran penerus (pelurus) untuk melicinkan apa-apa perubahan (riak) dalam arus terus.

Aruhan

- Kearuhan ialah satu sifat menentang sebarang perubahan arus pada sesuatu litar elektrik.
- Apabila arus dialirkan melalui satu pengalir, satu medan magnet kecil terbina mengelilingi pengalir itu. Voltan (dge) yang akan terhasil pada pengalir tersebut, di mana voltan tersebut mempunyai arah berlawanan dengan perubahan pengaliran arus melaluinya.

Aruhan Diri

- Apabila arus mengalir dialirkan di dalam satu gegelung dan mengalami perubahan maka urat daya yang dihasilkan di dalam gegelung tersebut turut berubah.
- Perubahan ini akan menghasilkan d.g.e. dalam gegelung tersebut. D.g.e. ini mempunyai arah yang berlawanan dengan arah voltan bekalan. Sifat gelung seperti ini dinamakan sebagai aruhan diri dan gelung ini dikenali sebagai induktor.

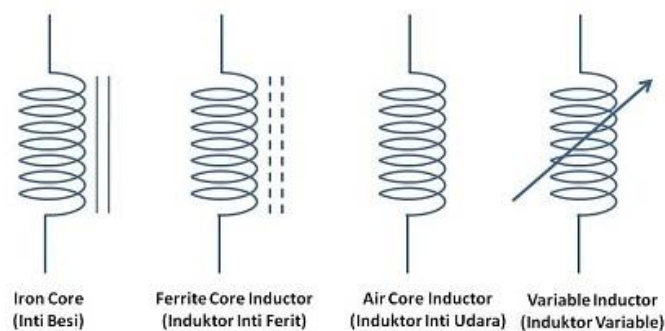




Unit Piawai Dan Simbol Induktor

- Induktor dibuat daripada gegelung dawai dengan satu bahan teras seperti udara, besi dan bahan ferit. Setiap bahan tersebut mempunyai ciri-ciri tertentu untuk mendapatkan nilai kearuhan.
- Unit ukuran kearuhan ialah **Henry (H)**.
- Simbol bagi induktor diwakili oleh **L**.
- Sesuatu gelung dikatakan mempunyai **satu Henry** apabila arus yang berubah pada kadar **satu Ampiar per saat** menyebabkan voltan sebanyak **satu volt** teraruh melintanginya.

Simbol Induktor



Jenis-Jenis Induktor Dan Penggunaanya

Induktor boleh dibahagikan kepada dua kumpulan iaitu induktor tetap dan induktor bolehubah.

i. Induktor Tetap

Induktor tetap digunakan bagi litar yang memerlukan nilai kearuhan yang tidak berubah. Empat jenis induktor tetap ialah teras udara, teras besi, teras besi serbuk dan teras ferit.

a) Induktor Teras Udara (*Air Core Inductor*)

- Induktor teras udara menggunakan Udara sebagai terasnya, biasanya mempunyai nilai aruhan mikro henry atau kurang.
- Oleh kerana nilai kearuhannya rendah, ia biasanya digunakan pada frekuensi yang tinggi.
- Induktor ini digunakan sebagai pencekik (*choke*) frekuensi radio bagi menghalang arus frekuensi radio (frekuensi tinggi) daripada melalui laluan tertentu dalam litar.

b) Induktor teras besi (*Iron Core Inductor*)

- Menggunakan bahan Besi sebagai terasnya. Teras besi yang digunakan ialah teras besi berlapis yang bersalut penebat nipis.
- Nilai kearuhan teras besi adalah daripada beberapa mili henry hingga beberapa henry.
- Induktor teras besi digunakan sebagai penapis frekuensi rendah dalam litar bekalan kuasa. Ia juga digunakan sebagai pencekik dalam litar lampu pendaflour.

c) Induktor teras besi serbuk dan teras ferit (*Ferrite Core Inductor*)

- Menggunakan bahan Ferit sebagai terasnya. Teras ferit dibuat daripada bahan magnet bukan pengalir. Dengan menggunakan teras besi serbuk atau teras besi ferit, nilai kearuhan akan lebih tinggi dan saiz teras dapat dikecilkan.
- Induktor teras besi serbuk dan teras ferit mempunyai tiga bentuk iaitu solenoid, toroid dan teras pot. Jenis solenoid mempunyai nilai kearuhan 1 mikro henry atau kurang manakala toroid dan teras pot pula mempunyai nilai kearuhan di antara beberapa mikro henry hingga beberapa mili henry.
- Induktor teras besi serbuk dan teras ferit biasanya digunakan di dalam litar talaan (pengayun) radio.

d) *Torroidal Core Inductor* – Menggunakan teras yang berbentuk O Ring (bentuk Donat)

- e) *Laminated Core Induction* – Menggunakan teras yang terdiri dari beberapa lapis kepingan logam yang dilekatkan secara selari. Masing-masing kepingan logam diberikan Isolator.

ii. Induktor Bolehubah

- a) Kearsuhan bagi induktor bolehubah akan bertambah apabila teras digerakkan ke dalam belitan dan akan berkurangan apabila digerakkan keluar belitan. Teras yang biasa digunakan ialah teras ferit dan teras besi serbuk.
- b) Terdapat beberapa bentuk induktor boleh ubah iaitu di antaranya ialah induktor yang menggunakan skru logam (tembaga) bagi melaraskan kedudukan teras itu sendiri mempunyai bebenang untuk pelarasan teras. Kelebihannya ialah perisai logam dapat mengelakkan komponen berhampiran daripada gangguan yang dihasilkan oleh induktor.
- c) Digunakan dalam litar penerima radio iaitu di bahagian frekuensi pertengahan.

Fungsi Pearuh Atau Induktor

Fungsi induktor di antaranya adalah dapat menyimpan arus elektrik dalam medan magnet, menapis frekuensi tertentu, menahan arus ulangalik (AC), meneruskan arus searah (DC) dan menghasilkan getaran serta melipat gandakan voltan.

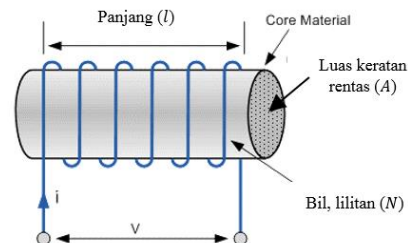
Penggunaan Induktor

- Sebagai Filter dalam Rangkaian yang berkaitan dengan Frekuensi
- Transformer
- Motor elektrik
- Solenoid
- Relay
- Speaker
- Mikrofon

Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Induktor

Kekuatan arus teraruh (induced current) bergantung kepada ;

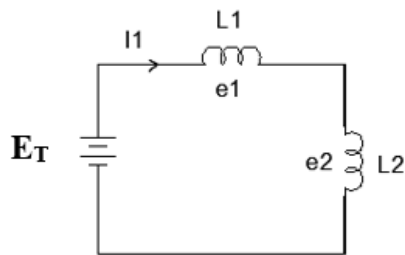
- Bilangan lilitan dalam gegelung (N)
- Ketelapan bandingan (jenis teras) (r)
- Luas muka keratan rentas (A)
- Panjang laluan fluks magnet (ℓ)
- Arus yang mengalir (I)
- Jumlah fluks
- Kekuatan magnet
- Kecepatan magnet itu ditujah ke dalam gelung



Sambungan Induktor

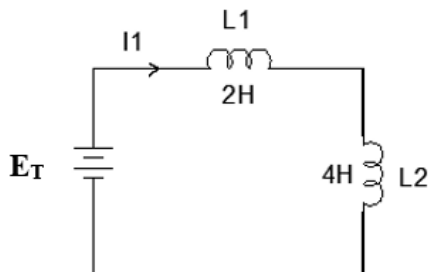
Induktor boleh disambungkan bersama membentuk litar siri, selari atau siri-selari, untuk menghasilkan satu nilai aruhan paduan yang dikehendaki.

a) Sambungan siri



Contoh

Litar siri

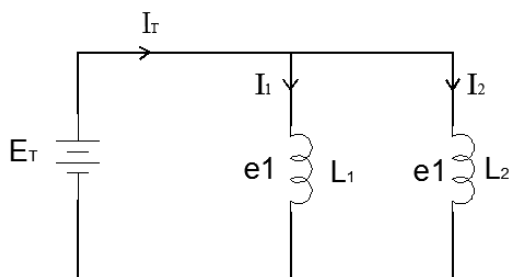


$$\begin{aligned} dge &= L \frac{di}{dt} \\ E_T &= e_1 + e_2 \\ L_T \frac{dI}{dt} &= L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} \\ L_T \frac{dI}{dt} &= \frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) \\ L_T &= L_1 + L_2 \end{aligned}$$

$$L_T = L_1 + L_2$$

$$L_T = 2H + 4H = 6H$$

b) Sambungan selari



Rajah 4.4 Litar pearuh selari

$$\begin{aligned} L_T &= L_1 // L_2 \\ &= \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} \end{aligned}$$

$$1/L_T = 1/L_1 + 1/L_2$$

$$\begin{aligned} e &= L \frac{dI}{dt} \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{e}{L} \\ I &= \frac{e}{L} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_T &= e_1 = e_2 \\ I_T &= I_1 + I_2 \end{aligned}$$

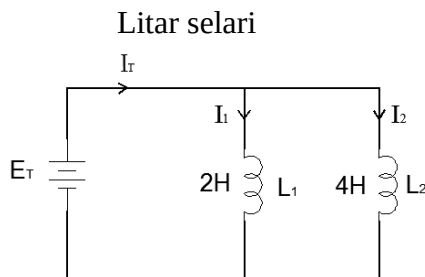
$$\begin{aligned} \frac{E_T}{L_T} &= \frac{e_1}{L_1} + \frac{e_2}{L_2} \\ \frac{1}{L_T} &= \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \end{aligned}$$

Perhatian:

Sambungan pearuh sebenarnya sama dengan sambungan perintangang.:

Siri: $R_T = R_1 + R_2 \quad \rightarrow \quad L_T = L_1 + L_2$

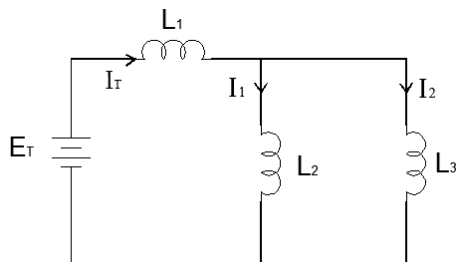
Selari: $1/R_T = 1/R_1 + 1/R_2 \quad \rightarrow \quad 1/L_T = 1/L_1 + 1/L_2$

Contoh

$$\begin{aligned}
 L_T &= L_1 // L_2 \\
 &= \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} \\
 &= \frac{2H \times 4H}{2H + 4H} \\
 &= 8H / 6H \\
 &= \mathbf{1.33\ H}
 \end{aligned}$$

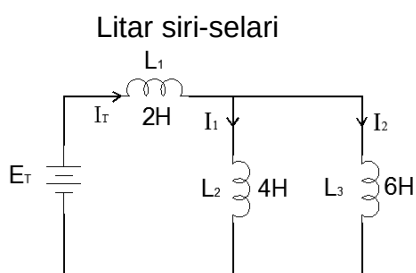
atau

$$\begin{aligned}
 1/L_T &= 1/L_1 + 1/L_2 \\
 1/L_T &= 1/2H + 1/4H = 0.75H \\
 L_T &= 1/0.75H = \mathbf{1.33\ H}
 \end{aligned}$$

c) Sambungan siri-selari

$$\begin{aligned}
 L_T &= L_1 + L_2 // L_3 \\
 &= L_1 + \frac{L_2 \times L_3}{L_2 + L_3}
 \end{aligned}$$

Rajah 4.5 Litar pearuh siri-selari

Contoh

$$\begin{aligned}
 L_T &= L_1 + L_2 // L_3 \\
 &= L_1 + \frac{L_2 \times L_3}{L_2 + L_3} \\
 &= 2H + \frac{4H \times 6H}{4H + 6H} \\
 &= 2H + \frac{24H}{10} \\
 &= 2H + 2.4H \\
 &= \mathbf{4.4H}
 \end{aligned}$$

Contoh tambahan :

Berapakah jumlah kearuhan bagi tiga (3) buah gegelung masing-masing dengan nilai 0.02H, 44mH, 400μH jika ia disambung secara :

- Sesiri
- Selari

Penyelesaian

$$L_1 = 0.02\text{H}$$

$$L_2 = 44\text{mH} = 44 \times 10^{-3} = 0.044\text{H}$$

$$L_3 = 400\mu\text{H} = 400 \times 10^{-6} = 0.0004\text{H}$$

a) kearuhan jumlah, $L_J = L_1 + L_2 + L_3$ (kerana sesiri)

$$L_J = 0.02 + 0.044 + 0.0004 = 0.0644\text{H}$$

b) kearuhan jumlah, $\frac{1}{L_J} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$ (kerana selari)

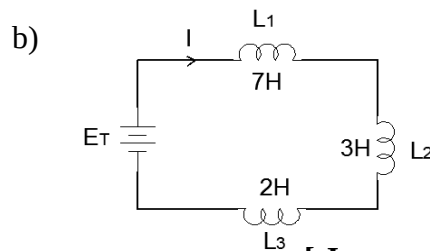
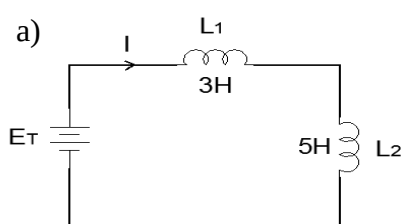
$$= \frac{1}{0.02} + \frac{1}{0.044} + \frac{1}{0.0004}$$

$$= 2572.73$$

$$\therefore L_J = \frac{1}{2572.73} = 389 \times 10^{-6} = 389\mu\text{H}$$

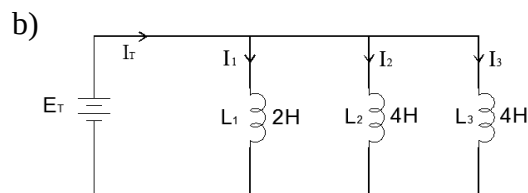
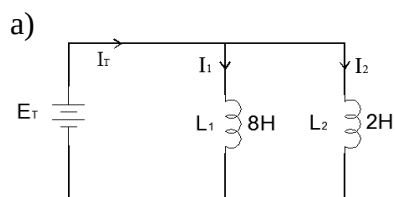
Latihan

1. Selesaikan pengiraan litar pearuh siri yang berikut;



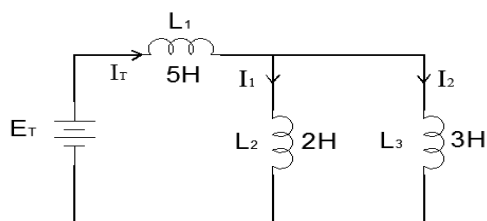
[Jawapan : (a) 8H ; (b) 12H]

2. Selesaikan pengiraan litar pearuh selari yang berikut;



[Jawapan : (a) 1.6H ; (b) 1H]

3. Selesaikan pengiraan litar pearuh siri-selari yang berikut;



[Jawapan : 6.2H]

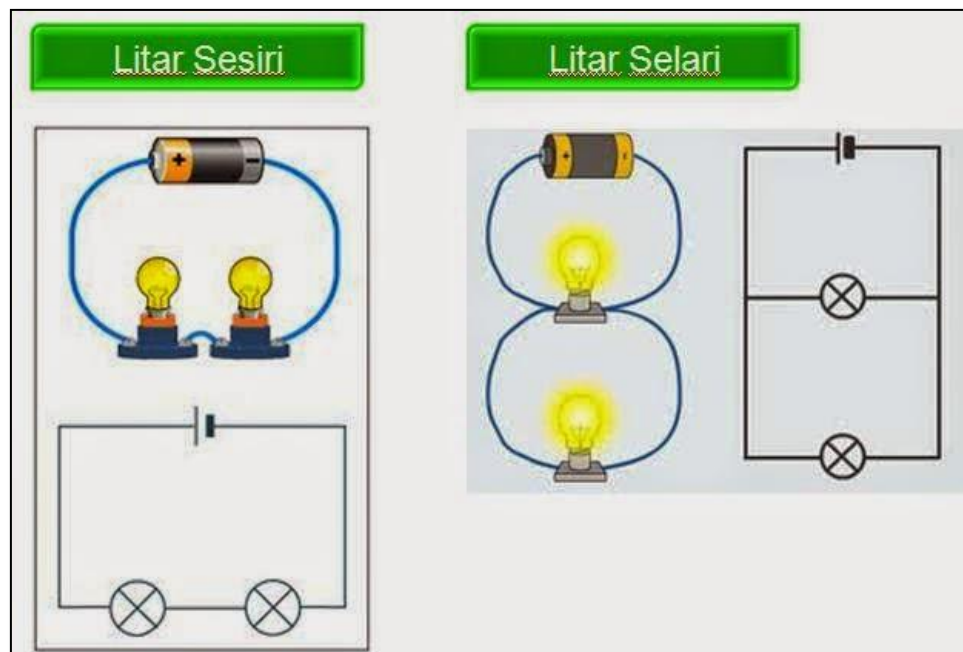
BAB 3 : HUKUM RANGKAIAN

OBJEKTIF

- Pelajar dapat memahami rangkaian litar elektrik asas menggunakan prinsip hukum Ohm
- Pelajar dapat mengukur nilai arus, voltan dan rintangan dalam rangkaian tersebut
- Pelajar dapat membuktikan kebenaran nilai yang diukur dengan menggunakan konsep hukum rangkaian.

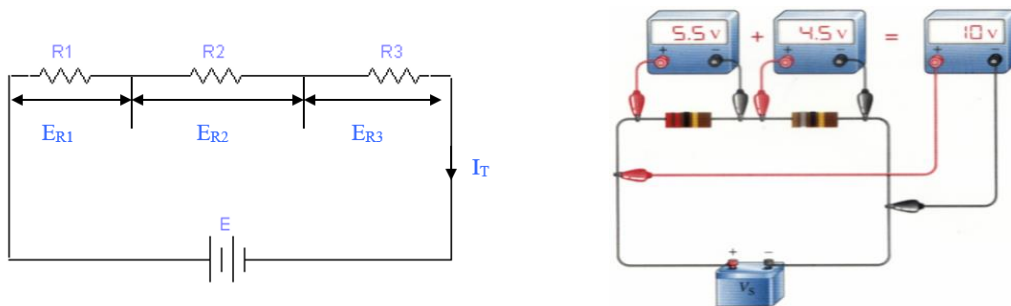
DEFINISI LITAR

- Litar elektrik ialah lintasan yang membenarkan arus elektrik mengalir melaluinya.
- Terdapat 2 susunan litar elektrik.
 - i) Litar bersiri
 - ii) Litar selari



RANGKAIAN SIRI

Rangkaian sesiri adalah apabila beberapa resistor dihubungkan secara berturut-turut, iaitu hujung akhir daripada setiap resistor pertama disambung dengan hujung awal dari resistor kedua, dan seterusnya (secara hujung ke hujung) membina satu litar lengkap. Litar siri mempunyai cuma satu laluan arus di antara dua punca, jadi arus yang melalui setiap perintang adalah sama. Litar ini menjadi tidak lengkap jika salah satu daripada perintangnya rosak. Berikut merupakan perintang-perintang yang disambung secara siri.



Ciri-ciri Litar Siri

- a) Nilai arus melalui setiap perintang adalah sama.

$$I_T = I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} \dots = I_n$$

- b) Voltan susut melintangi setiap perintang adalah tidak sama bergantung kepada nilai perintang. Susut voltan adalah pengurangan bekalan voltan di setiap perintang. Ia boleh dikira menggunakan hukum Ohm dan hukum pembahagi voltan. Pengiraan kejatuhan voltan menggunakan hukum ohm adalah seperti Persamaan di bawah :

$$E_{R1} = I_T \times R1$$

$$E_{R2} = I_T \times R2$$

$$E_{R3} = I_T \times R3$$

- Nilai arus adalah : $I_T = \frac{E}{R_T}$

HUKUM PEMBAHAGI VOLTAN

$$E_{R1} = \frac{R1}{R1 + R2 + R3} \times E$$

$$E_{R2} = \frac{R2}{R1 + R2 + R3} \times E$$

$$E_{R3} = \frac{R3}{R1 + R2 + R3} \times E$$

- c) Hasil tambah semua voltan susut di setiap perintang adalah bersamaan dengan voltan sumber.

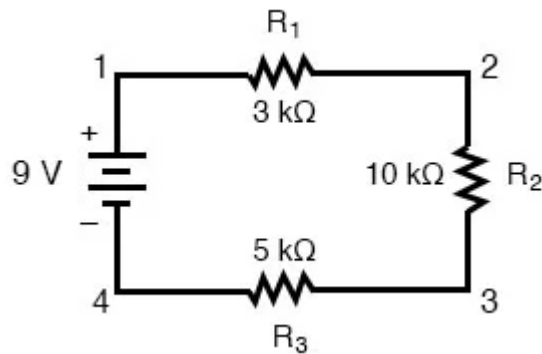
$$E_T = E_{R1} + E_{R2} + E_{R3} + \cdots E_{R_n}$$

- d) Jumlah perintang (R_T) di dalam litar siri adalah hasil campur kesemua nilai perintang di dalam litar.

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots R_n$$

Contoh 1 : Litar Siri

Tentukan jumlah rintangan di dalam litar berikut :



$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

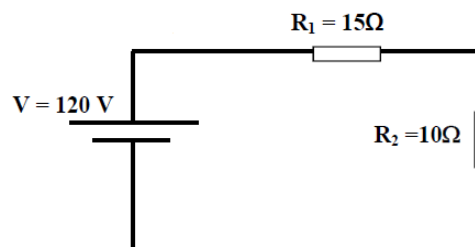
$$R_T = 3 \text{ k}\Omega + 10 \text{ k}\Omega + 5 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = \mathbf{18 \text{ k}\Omega}$$

Contoh 2 : Litar Siri

Berdasarkan gambar rajah Rajah tentukan ;

- Rintangan jumlah, R_T
- Arus litar, I_T
- Voltan susut bagi setiap perintang.



Rajah C2.1

Penyelesaian :

- i) Rintangan jumlah, R_T

$$R_T = R_1 + R_2$$

$$R_T = 15\Omega + 10\Omega = \mathbf{25\Omega}$$

- ii) Arus litar, I_T

$$I_T = \frac{V}{R_T}$$

$$I_T = \frac{120}{25} = \mathbf{4.8A}$$

- iii) Voltan susut bagi setiap perintang

$$V_{R1} = I_T \times R_1 = (4.8 \times 15) = 72V$$

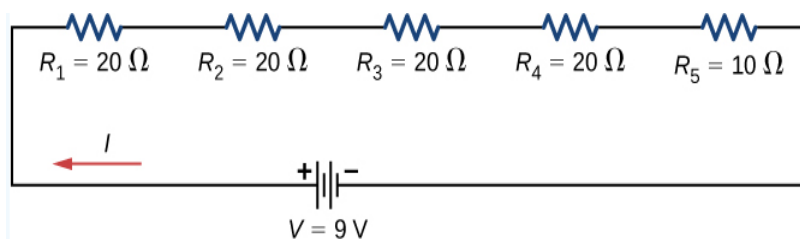
$$V_{R2} = I_T \times R_2 = (4.8 \times 10) = 48V$$

LATIHAN:

Berdasarkan litar di bawah kirakan :

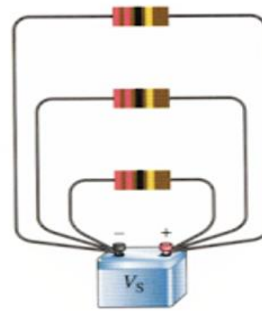
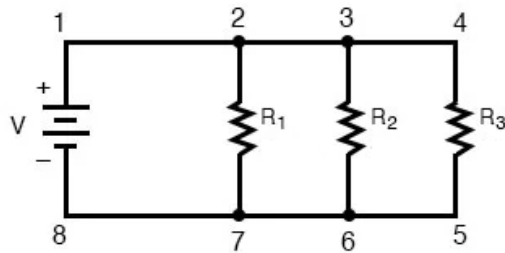
- Rintangan setara litar.
- Arus melalui setiap perintang.
- Susut voltan pada perintang R_5 .
- Jumlah kuasa yang dibekalkan oleh bateri.

[Jawapan: 90Ω , $0.1A$, $1V$, $0.9W$]



RANGKAIAN LITAR SELARI

Didalam satu litar selari, laluan arus adalah dikenali sebagai cabang. Litar selari adalah litar yang mempunyai dua atau lebih cabang atau simpang. Arus yang mengalir dari punca bekalan akan membahagi pada setiap simpang dengan bertambahnya perintang atau beban yang disambung secara selari di dalam litar.



CIRI-CIRI LITAR SELARI

- i) Voltan yang merentangi setiap perintang adalah sama dengan nilai voltan bekalan.

$$V_S = V_{R1} = V_{R2} = V_{R3} \dots = V_n$$

- ii) Arus yang melalui setiap perintang adalah tidak sama bergantung kepada nilai perintang.

$$I_T \neq I_{R1} \neq I_{R2} \neq I_{R3} \dots \neq I_n$$

- iii) Jumlah arus yang masuk ke tiap-tiap cabang adalah sama dengan jumlah arus keseluruhan dalam litar tersebut.

$$I_T = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} \dots + I_n$$

$$\text{Hukum Ohm ----- } I_T = \frac{V_S}{R_T} \quad ; \quad I_{R1} = \frac{V_S}{R_1} ; I_{R2} = \frac{V_S}{R_2} ; I_{R3} = \frac{V_S}{R_3}$$

HUKUM PEMBAHAGI ARUS

$$I_{R1} = \frac{1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} \times I_T$$

$$I_{R2} = \frac{1/R_2}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} \times I_T$$

$$I_{R3} = \frac{1/R_3}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} \times I_T$$

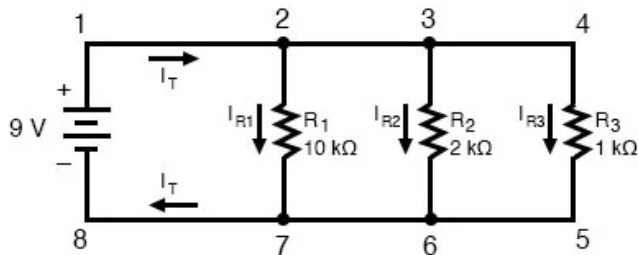
- iv) Jumlah rintangan di dalam litar selari adalah lebih rendah daripada nilai rintangan yang terkecil di dalam litar. Persamaan bagi rintangan jumlah dalam litar selari:

$$R_T = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}\right)}$$

Contoh : Litar Selari

Berdasarkan gambar rajah Rajah di bawah tentukan ;

- Rintangan jumlah, R_T
- Arus jumlah dan arus pada setiap cabang
- Voltan susut bagi setiap perintang.



Penyelesaian:

$$V_S = V_{R1} = V_{R2} = V_{R3} = 9V$$

- Rintangan jumlah, R_T

$$R_T = \frac{1}{\left(\frac{1}{10k} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{1k}\right)}$$

$$R_T = 625\Omega$$

- Arus jumlah dan arus pada setiap cabang

$$I_T = \frac{V_S}{R_T} = \frac{9}{625} = 14.4\text{mA} \quad \text{----- Hukum Ohm}$$

$$I_{R1} = \frac{V_S}{R_1} = \frac{9}{10k} = 0.9\text{mA}$$

$$I_{R2} = \frac{V_S}{R_2} = \frac{9}{2k} = 4.5\text{mA}$$

$$I_{R3} = \frac{V_S}{R_3} = \frac{9}{1k} = 9\text{mA}$$

$$I_T = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} = 0.9\text{mA} + 4.5\text{mA} + 9\text{mA} = 14.4\text{ mA}$$

iii) Voltan susut bagi setiap perintang.

$$V_S = V_{R1} = V_{R2} = V_{R3} = 9V$$

$$V_{R1} = I_{R1} \times R_1 = 0.9\text{ mA} \times 10\text{k} = 9V$$

$$V_{R2} = I_{R2} \times R_2 = 4.5\text{ mA} \times 2\text{k} = 9V$$

$$V_{R3} = I_{R3} \times R_3 = 9\text{ mA} \times 1\text{k} = 9V$$

Latihan:

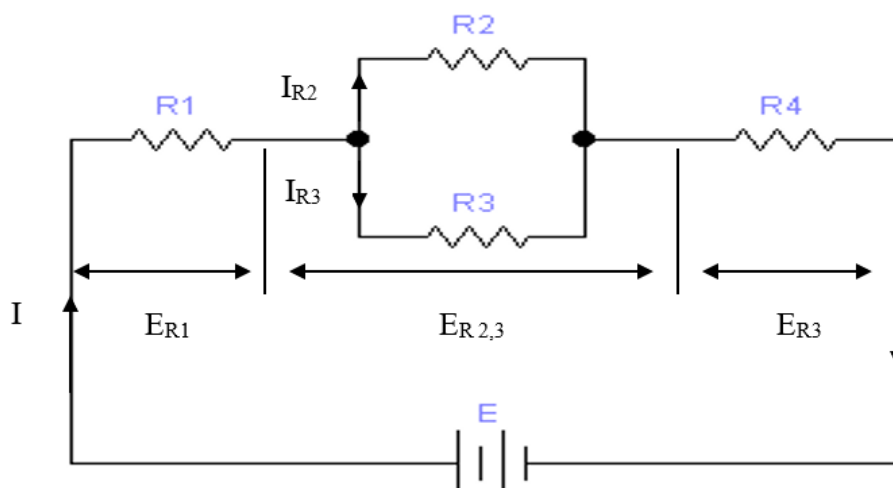
Tiga perintang $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, dan $R_3 = 5\ \Omega$ disambungkan secara selari. Sumber voltan $V = 3\text{ V}$ disambungkan selari.

- Kirakan jumlah rintangan
- Tentukan nilai jumlah arus
- Kirakan nilai arus dalam setiap perintang

LITAR SIRI - SELARI

Litar siri-selari adalah gabungan dari rangkaian siri dan rangkaian selari.

Contoh rangkaian siri-selari :



Jumlah rintangan :

R_2 dan R_3 selari ($R_2 // R_3$),

Setelah mengira nilai $R_2 // R_3$, litar setara bagi rangkaian diatas menjadi seperti dibawah ini.



Maka rintangan (R_T) $R_T = R_1 + (R_2 // R_3) + R_4$

- Jumlah Arus (I_T) adalah ;

$$I_T = \frac{E}{R_T}$$

Untuk arus pada cabang R2 dan R3 adalah;

$$I_T = I_{R2} + I_{R3} \quad I_{R2} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \times I_T \quad I_{R3} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \times I_T$$

- Jumlah Voltan adalah

$$E_{R1} = I_T \times R_1$$

$$E_{R2} = E_{R3} = I_T \times (R_2 // R_3)$$

$$E_{R4} = I_T \times R_4$$

Dimana jumlah voltan

$$E_T = E_1 + E_{R2} + E_4$$

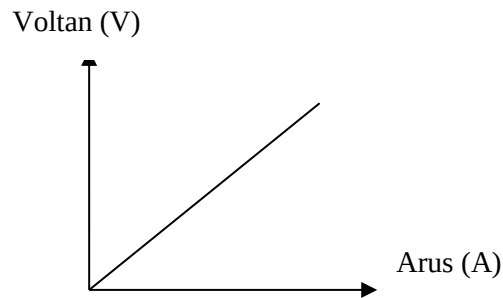
HUKUM OHM

- Pada tahun 1827, George Simon Ohm mendapati bahawa terdapat hubungan di antara voltan, arus, dan rintangan dalam litar elektrik.
- Hukum ohm** ialah salah satu hukum yang paling asas dan penting dalam teori elektrik yang ditakrifkan sebagai rintangan yang membenarkan satu ampere arus (1 A) untuk mengalir bila voltan satu volt (1 V) dibekalkan merentangnya. Dengan menggunakan hukum Ohm, kita boleh menentukan nilai rintangan, arus dan voltan dalam litar. Satu ohm

Definisi Hukum Ohm

Hukum Ohm menyatakan bahawa pengaliran arus (I) di dalam sesuatu litar elektrik adalah berkadar terus dengan voltan (V) tetapi berkadar songsang dengan rintangan (R).

$$I \propto V \quad ; \quad I \propto \frac{1}{R}$$



Rajah 10.3 Graf arus berkadar terus dengan voltan

Arus berkadar terus dengan voltan

$$I \propto V$$

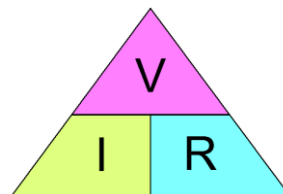
Arus berkadar songsang dengan rintangan

$$I \propto 1/R$$

Rintangan tetap, Arus meningkat jika voltan meningkat
Arus menurun jika voltan menurun

Voltan tetap, Arus meningkat jika rintangan menurun
Arus menurun jika rintangan meningkat

- ⌚ Untuk memudahkan kita mengingat formula Hukum Ohm, menggunakan keadah segi tiga mudah seperti dibawah



- 1) Voltan adalah sama dengan arus yang mengalir melalui resistor

$$V = IR \quad \text{atau} \quad E = IR$$

- 2) Arus mengalir melalui rintangan adalah sama dengan voltan merentasi rintangan dibahagikan dengan rintangan

$$I = \frac{V}{R}$$

- 3) Rintangan adalah sama dengan voltan merentasi perintang yang dibahagikan dengan arus yang mengalir melaluinya

$$R = \frac{V}{I}$$

Contoh:

Kirakan voltan yang diperlukan untuk mengalirkan arus sebanyak 4A melalui rintangan 10 Ω .

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} V &= IR \\ &= 4 \times 10 \\ &= \mathbf{40 \text{ V}} \end{aligned}$$

Contoh:

Kirakan rintangan yang diperlukan untuk mengalirkan arus 10mA dari bekalan voltan 50V.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} R &= \frac{V}{I} \\ &= \frac{50}{10 \times (10 \times 10^{-3})} \Omega \\ &= \frac{50}{0.1} \Omega \\ &= \mathbf{500 \Omega} \end{aligned}$$

Contoh:

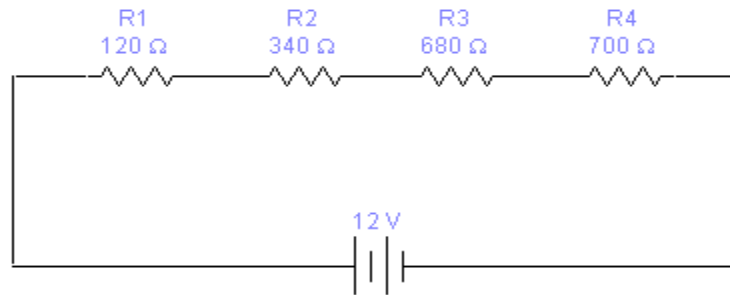
Kirakan arus yang mengalir sekiranya diberi rintangan adalah 6 Ω dan voltan bateri adalah 12 V.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{R} \\ &= \frac{12}{6} \Omega \\ &= \mathbf{2 \text{ A}} \end{aligned}$$

LATIHAN

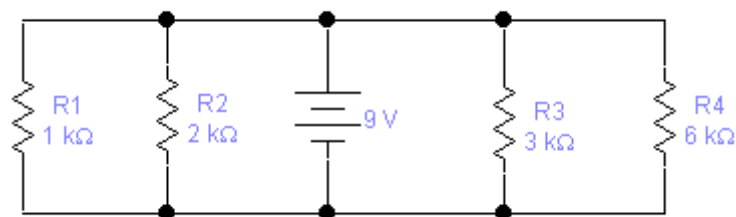
1. Sebuah lampu disambungkan dengan sumber bekalan 12 V DC, berapakah jumlah arus yang mengalir pada rangkaian jika beban lampu adalah 800 Ω ?
2. Diberi sebuah rangkaian seperti gambarajah dibawah ini.



Kirakan :

- Rintangan jumlah
- Arus litar
- Susut voltan pada setiap perintang.

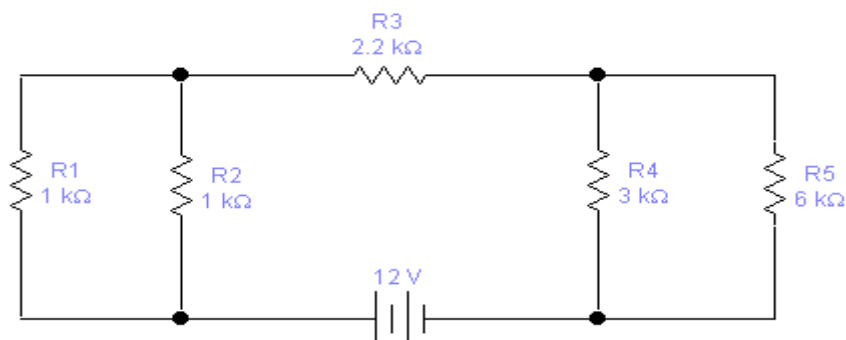
3. Diberi satu rangkaian litar seperti rajah dibawah ini.



Tentukan:

- Jumlah Rintangan
- Arus litar
- Arus setiap resistor

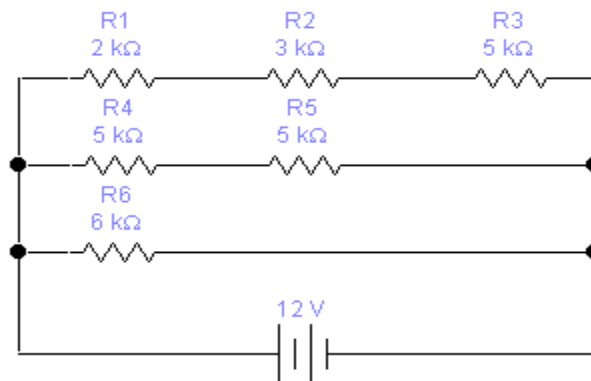
4. Satu rangkaian litar seperti gambar dibawah.



Tentukan :

- Jumlah rintangan
- Jumlah arus
- Voltan pada setiap resistor
- Arus pada setiap resistor

5. Berdasarkan kepada rangkaian seperti rajah dibawah ;

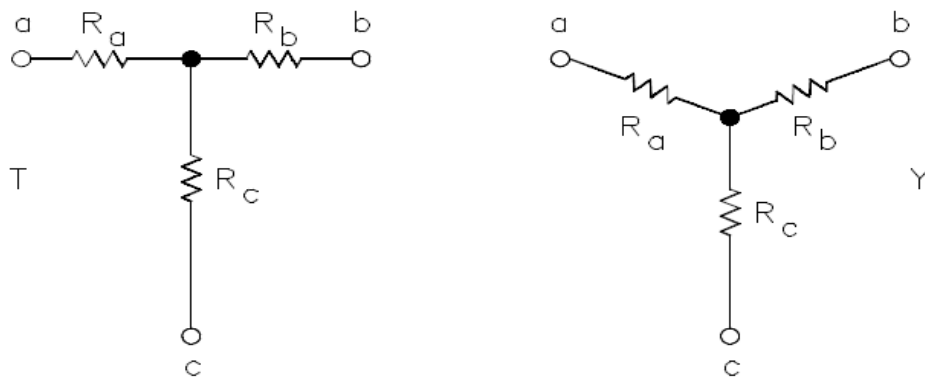


Kirakan :

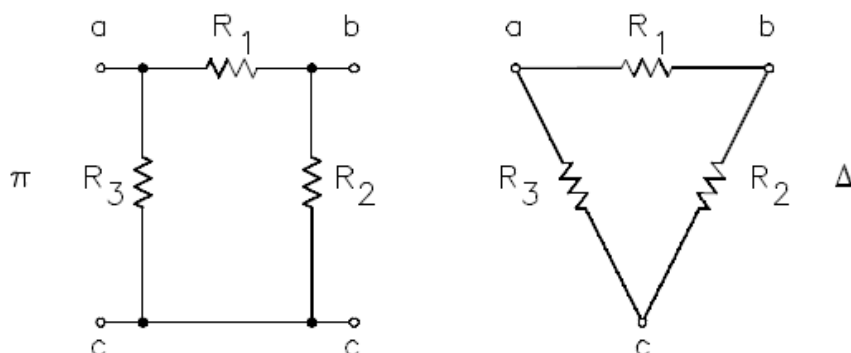
- Jumlah rintangan
- Jumlah Arus
- Voltan pada setiap resistor
- Arus pada setiap resistor

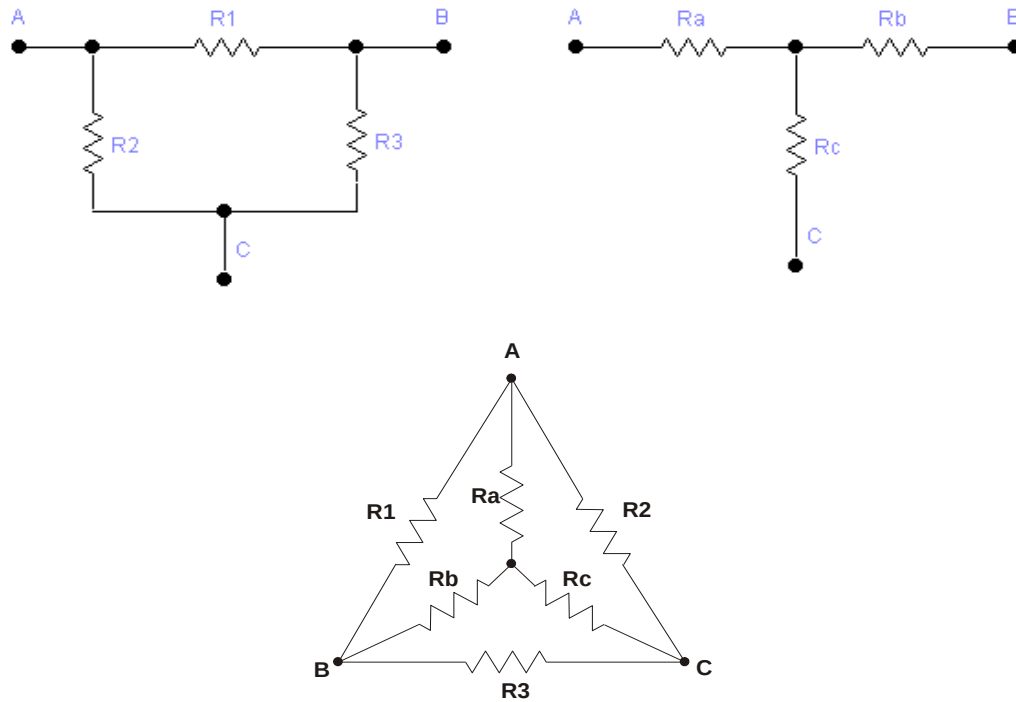
PENUKAR DELTA-STAR DAN STAR-DELTA (Δ -Y DAN Y- Δ)

- Rajah dibawah menunjukkan tiga buah resistor yang dihubungkan sehingga membentuk jaringan Y (bintang / star) dan Δ (segitiga / delta).
- Terdapat beberapa rangkaian elektrik yang sukar dan tidak dapat diselesaikan menggunakan kaedah biasa, oleh itu perlu diselesaikan dengan menggunakan kaedah penukar rangkaian agar dapat diselesaikan kepada litar yang lebih mudah.
- Perhatikan pada rangkaian dibawah, kerana bentuknya, rangkaian berikut disebut sebagai jaringan T (tee) atau Y (wye), nama yang berbeza tetapi rangkaian yang sama.



- Rangkaian yang ditunjukkan dalam Rajah dibawah disebut "Delta, " atau Δ (juga dikenali sebagai konfigurasi "Pi, " atau π) kerana bentuknya menyerupai Yunani huruf p dan W. Ini adalah nama yang berbeza untuk rangkaian yang sama.





1. Penukar Rangkaian delta (Δ) kepada star (Y)

$$R_a = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_b = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_c = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

2. Penukar Rangkaian star (Y) kepada delta (Δ)

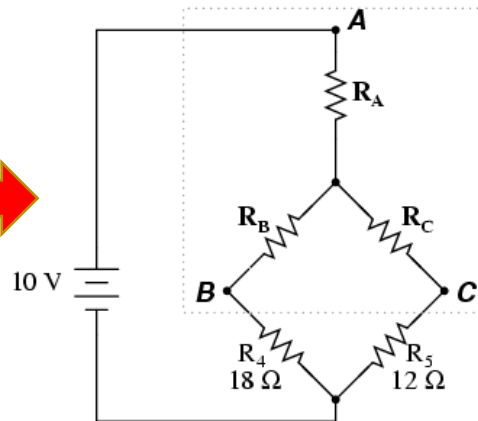
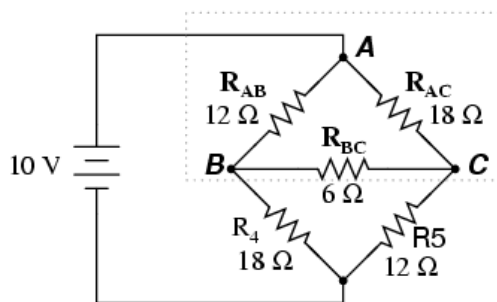
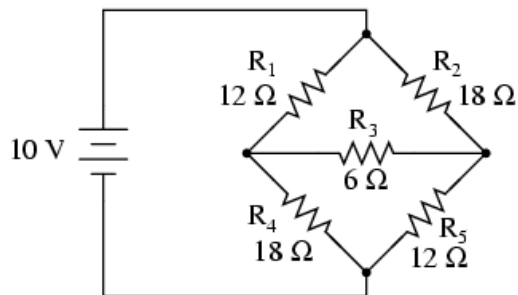
$$R_1 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_b}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_a}$$

Contoh :

Tentukan nilai setara (Δ) Rajah di bawah kepada rangkaian Y.



$$R_A = \frac{R_{AB} \times R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

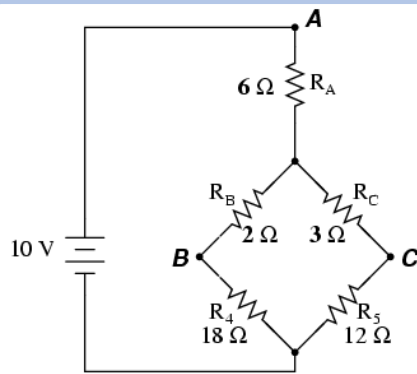
$$R_A = \frac{(12) \times (18)}{(12) + (6) + (18)} = \frac{216}{36} = 6\Omega$$

$$R_B = \frac{R_{AB} \times R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_B = \frac{(12) \times (6)}{(12) + (6) + (18)} = \frac{72}{36} = 2\Omega$$

$$R_C = \frac{R_{BC} \times R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_C = \frac{(6) \times (18)}{(12) + (6) + (18)} = \frac{108}{36} = 3\Omega$$



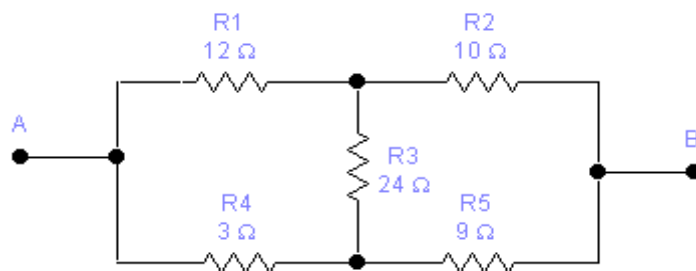
$$R_B + R_4 = 2 + 18 = 20\Omega$$

$$R_C + R_5 = 3 + 12 = 15\Omega$$

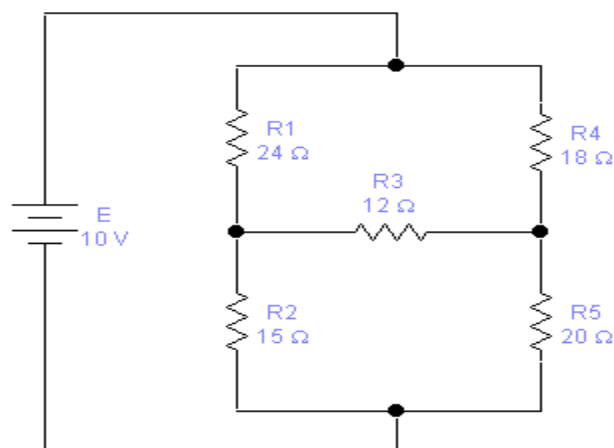
$$R_T = \left(\frac{(20)(15)}{20 + 15} \right) + 6 = 14.57\Omega$$

Latihan:

- 1) Berpandukan Rajah dibawah, dengan menggunakan kaedah trasformasi litar, tentukan rintangan setara di antara nod A dan nod B.



- 2) Berapakah nilai jumlah arus litar yang mengalir pada rangkaian dibawah dengan menggunakan kaedah trasformasi litar.



BAB 4 : HUKUM KIRCHOFF DAN ANALISIS RANGKAIAN

Kaedah analisis rangkaian merupakan suatu kaedah untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang muncul dalam menganalisis suatu rangkaian.

OBJEKTIF

- Pelajar dapat mengira rangkaian elektrik menggunakan hukum kirchoff
- Pelajar dapat mengukur dan membuktikan kebenaran rangkaian menggunakan konsep hukum kirchoff.
- Pelajar dapat mengira rangkaian elektrik menggunakan kaedah analisis arus mesh dan voltan nodal.
- Pelajar akan dapat menganalisis dan mengira rangkaian elektrik menggunakan kaedah Teorem Tindihan, Teorem Thevenin dan Teorem Norton

HUKUM KIRCHOFF

- Hukum Kirchoff merupakan satu daripada kaedah yang digunakan untuk menyelesaikan masalah litar elektrik yang lebih rumit dan boleh digunakan untuk litar yang mempunyai bekalan kuasa lebih daripada satu. Arus dan voltan dapat ditentukan daripada persamaan yang diterbitkan.
- Hukum Kirchoff terdiri daripada dua (2) hukum iaitu;
 - a) Hukum Kirchoff Arus
 - b) Hukum Kirchoff Voltan

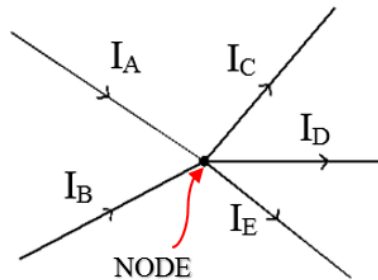
HUKUM KIRCHOFF ARUS (HKA)

Definisi Hukum Kirchoff Arus (HKA)

" Ia menyatakan bahawa jumlah arus yang menuju pada satu titik adalah sama dengan jumlah arus yang meninggalkan titik tersebut, atau pada sebarang titik persimpangan di dalam litar, jumlah algebra arus yang memasuki titik tersebut adalah sama dengan jumlah arus yang keluar.."

$$\sum_{n=1}^N i_n = 0$$

Dinyatakan secara matematik dengan;



Oleh itu, berdasarkan aliran kirchof yang berlaku: Di sini, 2 arus yang memasuki nod, I_A , I_B , semuanya bernilai positif dan 3 arus yang meninggalkan nod, I_C , I_D dan I_E bernilai negatif.

Maka ini bermaksud kita juga boleh menulis semula persamaan sebagai;

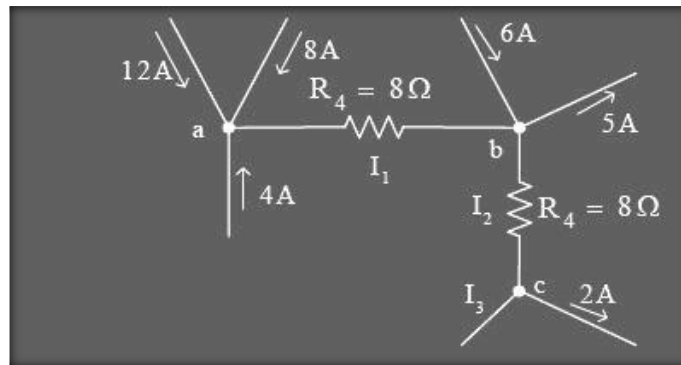
$$I_A + I_B - I_C - I_D - I_E = 0$$

$$\begin{aligned} I_A + I_B + I_C + I_D + I_E &= 0 \\ I_A + I_B &= I_C + I_D + I_E \end{aligned}$$

" Dengan kata lain "Jumlah arus atau cas yang memasuki persimpangan atau simpul sama dengan caj yang meninggalkan nod kerana ia tidak mempunyai tempat lain untuk pergi kecuali untuk pergi, kerana tiada caj yang hilang di dalam simpul".

Contoh : Hukum Kirchoff Arus (HKA)

Dapatkan nilai voltage current di dalam litar siri di bawah :



Jawapan:

Dengan menggunakan hukum kirchoff arus merujuk kepada poin a;

$$I_1 = 12A + 8A + 4A$$

$$I_1 = 24A$$

Dengan menggunakan hukum kirchoff arus merujuk kepada poin b;

$$I_1 + 6A = 5A + I_2$$

$$24A + 6A = 5A + I_2$$

$$I_2 = 24A + 6A - 5A$$

$$I_2 = 25A$$

Dengan menggunakan hukum kirchoff arus merujuk kepada poin c;

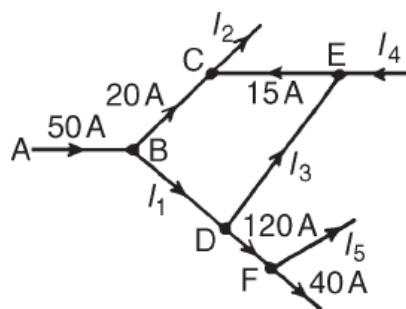
$$I_3 + 2A = I_2$$

$$I_3 = 25A - 2A$$

$$I_3 = 22A$$

Latihan :

Cari nilai arus yang tidak diketahui yang ditandakan dalam Rajah di bawah merujuk kepada nod dan arah arus yang diberikan



$$[I_1 = 30A, \quad I_2 = 35A, \quad I_3 = -90A, \quad I_4 = 105A, \quad I_5 = 80A]$$

KIRCHOFF VOLTAGE LAW (KVL)

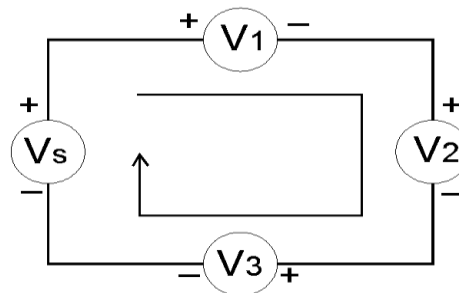
Definisi Hukum Kirchoff Voltan (HKV)

" Ia menyatakan bahawa dalam mana-mana rangkaian gelung tertutup sambungan siri, jumlah voltan di bekalan adalah sama dengan jumlah kejatuhan voltan dalam gelung yang sama ". Dengan kata lain jumlah algebra dari semua voltan dalam gelung mesti adalah sama dengan sifar."

Dinyatakan secara matematik dengan;

$$\sum_{n=0}^N V_n = 0$$

Digambarkan seperti litar dibawah:



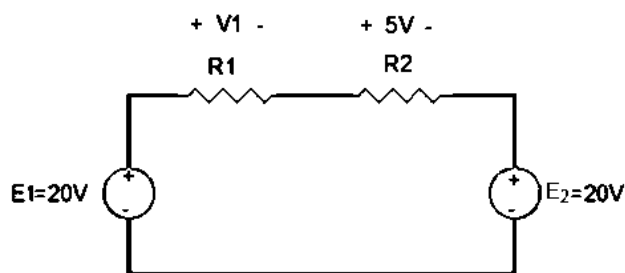
Berdasarkan kepada Hukum Kirchoff Voltan merujuk kepada litar di atas:

$$-V_s + V_1 + V_2 + V_3 = 0$$

$$V_s = V_1 + V_2 + V_3$$

Contoh : Hukum Kirchoff Voltan (HKV)

Dapatkan nilai voltage V_1 di dalam litar siri di bawah :



Penyelesaian :

Dengan menggunakan Hukum Kirchoff Voltan :

$$-E_1 + V_1 + 5V + E_2 = 0$$

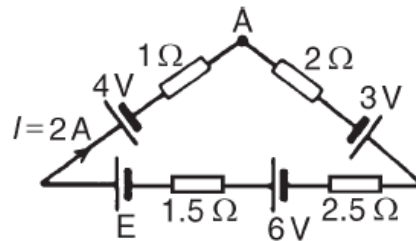
$$-20V + V_1 + 5V + 4V = 0$$

$$V_1 = 20V - 5V - 4V$$

$$V_1 = 11V$$

Latihan

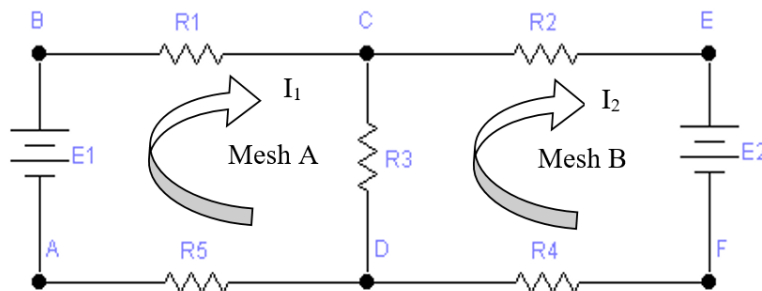
Tentukan nilai E dengan menggunakan kaedah hukum Kirchhoff voltan, yang melibatkan gerakan gelung mengikut arah jam bermula daripada titik A.



[Jawapan : E = 9V]

ANALISIS ARUS MESH

- Mesh adalah suatu rangkaian tertutup yang terdapat pada suatu rangkaian elektrik. Perhatikan skema rangkaian pada gambar dibawah ini.



- Pada rangkaian gambar diatas terdapat dua mesh, iaitu mesh A dan mesh B. Mesh A dibentuk dari rangkaian ABCDA, terdapat E1, R1, R3 Dan R5. Sedangkan pada mesh B dibentuk dari rangkaian DCEFD, terdapat E2, R2, R3 Dan R4.
- Arus mesh adalah arus elektrik yang mengalir pada setiap cabang dan arah arus mesh selalu ditetapkan searah dengan jarum jam tanpa memperdulikan polariti sumber voltan yang dibekalkan pada mesh tersebut.

Persamaan pada rangkaian diatas menggunakan kaedah mesh:

Pada mesh A:
$$E_1 = I_1(R_1 + R_3 + R_5) - I_2(R_3)$$

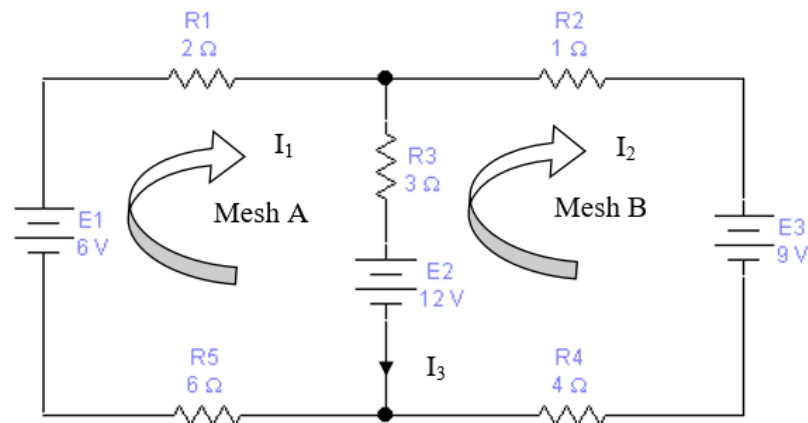
Pada mesh B:
$$-E_2 = -I_1(R_3) + I_2(R_2 + R_3 + R_4)$$

Keterangan:

- Arus I_2 pada mesh A dan I_1 pada mesh B bertanda negatif kerana kedua polariti sumber voltan berlawanan.
- Voltan E_2 negatif kerana polariti berlawanan dengan arah arus mesh.

Contoh Soalan:

Perhatikan rangkaian pada Rajah dibawah.



Tentukan nilai I_1 , I_2 dan I_3 menggunakan kaedah Mesh

Penyelesaian :

MESH 1

$$\begin{aligned}
 E_1 - E_2 &= I_1(R_1 + R_3 + R_5) - I_2(R_3) \\
 6 - 12 &= I_1(2 + 3 + 6) - I_2(3) \\
 -6 &= I_1(11) - I_2(3) \\
 -6 &= 11I_1 - 3I_2 \text{ --- (1)}
 \end{aligned}$$

MESH 2

$$\begin{aligned}
 E_2 - E_3 &= -I_1(R_3) + I_2(R_2 + R_3 + R_4) \\
 12 - 9 &= -I_1(3) + I_2(1 + 3 + 4) \\
 3 &= -I_1(3) + I_2(8) \\
 3 &= -3I_1 + 8I_2 \text{ --- (2)}
 \end{aligned}$$

$$I_1 = 0.4939 \text{ A}$$

$$I_2 = 0.1898 \text{ A}$$

Untuk mendapatkan nilai I_3 , dengan menggunakan Persamaan Hukum Kirchof Arus (HKA)

$$I_1 + I_3 = I_2$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_3 = I_2 - I_1$$

$$I_3 = I_1 - I_2$$

$$I_3 = 0.1898 - 0.4964$$

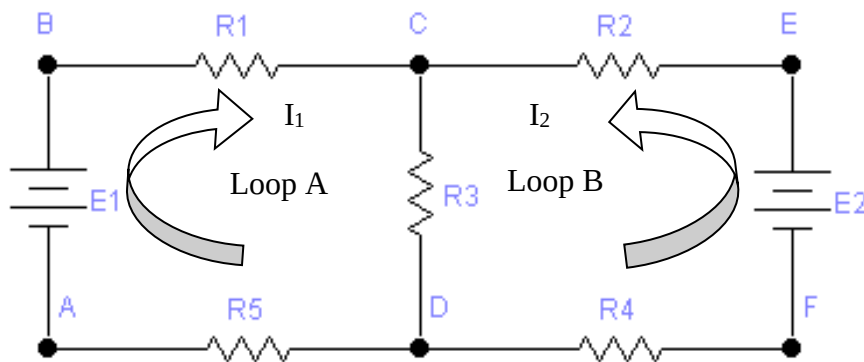
$$I_3 = 0.4964 - 0.1898$$

$$I_3 = -0.3066 \text{ A}$$

$$I_3 = 0.3066 \text{ A}$$

MENGGUNAKAN KAEDAH LOOP

Kaedah arus loop, arah aliran arus loopnya ditentukan berdasarkan polariti sumber voltan yang dibekalkan pada setiap loop, seperti dalam Rajah dibawah.



pada rangkaian diatas terdiri dari dua loop, loop A dan loop B. Pada loop A, arah arus I_1 searah dengan jarum jam. Sedangkan pada loop B, arah arus I_2 berlawanan dengan arah jarum jam. Pada kaedah arus loop ditentukan oleh kutub positif ke kutub negatif dari sumber bekalan.

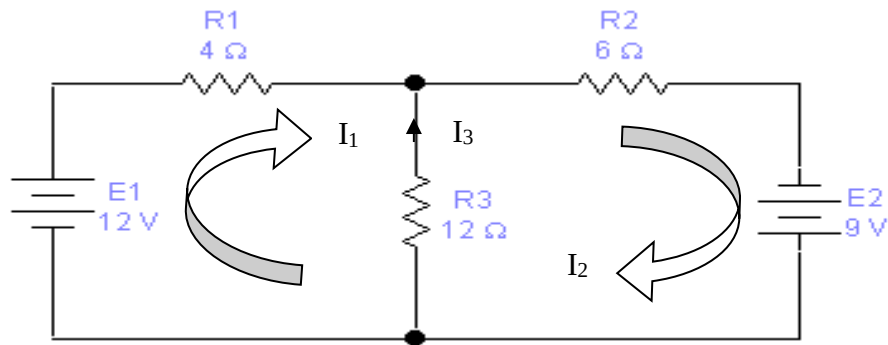
Persamaan rangkaian diatas menggunakan kaedah arus loop adalah:

Pada loop A:
$$E_1 = I_1(R_1 + R_3 + R_5) + I_2(R_3)$$

Pada loop B:
$$E_2 = I_1(R_3) + I_2(R_2 + R_3 + R_4)$$

Contoh Soalan :

Merujuk gakepada Rajah rangkaian di bawah ini.



Tentukan nilai I_1 , I_2 dan I_3 dari rangkaian diatas.

Penyelesaian :

Pada loop A: $E_1 = I_1(R_1 + R_3) + I_2(R_3)$

Pada loop B: $E_2 = I_1(R_3) + I_2(R_2 + R_3)$

LOOP A

$$E_1 = I_1(R_1 + R_3) + I_2(R_3)$$

$$12 = I_1(4 + 12) + I_2(12)$$

$$12 = I_1(16) + I_2(12)$$

$$12 = 16I_1 + 12I_2 \text{ --- (1)}$$

LOOP B

$$E_2 = I_1(R_3) + I_2(R_2 + R_3)$$

$$9 = I_1(12) + I_2(6 + 12)$$

$$9 = I_1(12) + I_2(18)$$

$$9 = 12I_1 + 18I_2 \text{ --- (2)}$$

$$I_1 = 2.25 \text{ A}$$

$$I_2 = 2 \text{ A}$$

Untuk mendapatkan nilai I_3 , dengan menggunakan Persamaan Hukum Kirchof Arus (HKA)

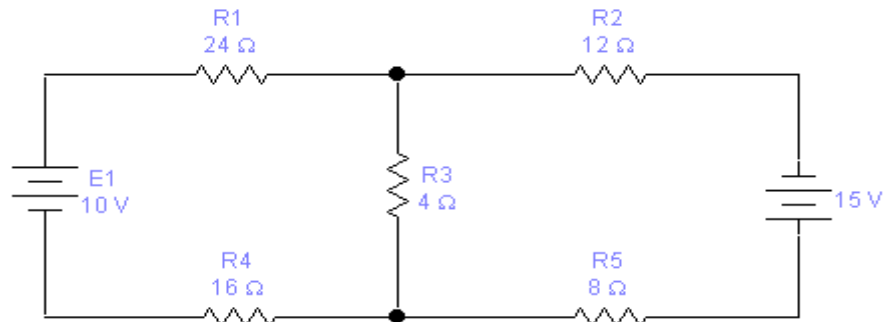
$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$I_3 = 2.25 + 2$$

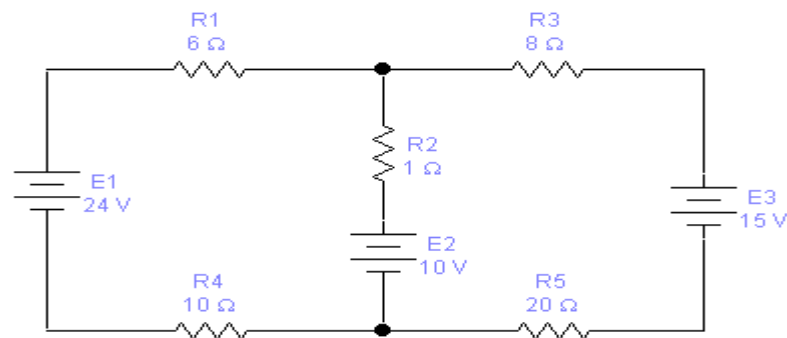
$$I_3 = 4.25 \text{ A}$$

Latihan :

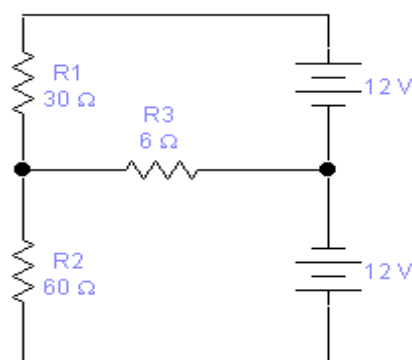
- 1) Perhatikan Rajah di bawah, tentukan nilai I_1 , I_2 dan I_3 dengan menggunakan kaedah arus mesh dan kaedah arus loop.



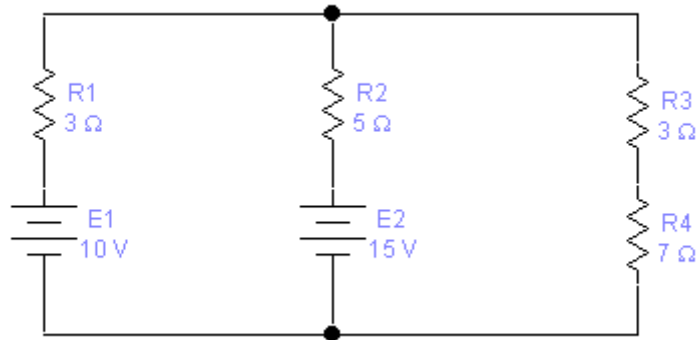
- 2) Kirakan nilai arus yang mengalir pada setiap resistor dan voltan susut pada setiap resistor pada rangkaian dibawah ini.



- 3) Perhatikan gambarajah di bawah, kirakan nilai arus yang mengalir pada setiap resistor dan voltan susut pada setiap resistor.

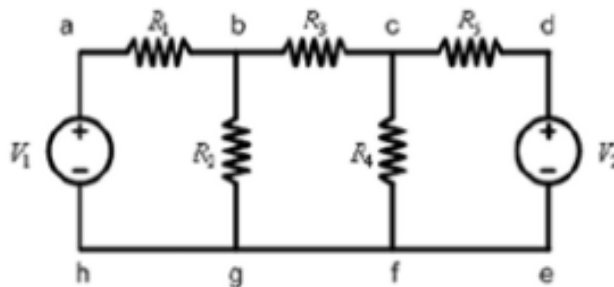


- 4) Tentukan nilai arus yang mengalir pada setiap cabang, merujuk kepada gambarajah dibawah dengan menggunakan:
- Kaedah arus mesh.
 - Kaedah arus loop.



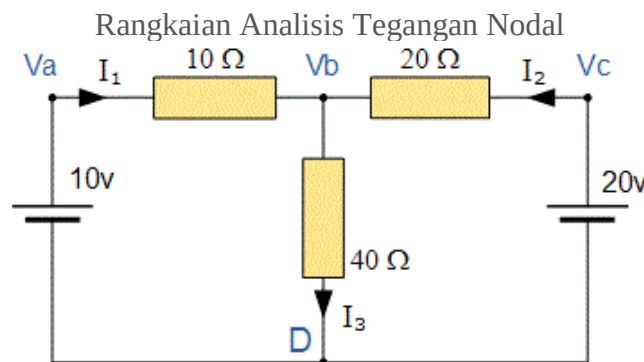
ANALISIS VOLTAN NODAL

- Nod merupakan titik pertemuan dari dua atau lebih elemen rangkaian.
- Nod Utama adalah titik pertemuan dari tiga atau lebih elemen rangkaian.



- Jumlah nod : 5, iaitu : a, b, c, d, e=f=g=h
- Jumlah nod utama : 3, iaitu : b, c (Jumlah persamaan ditentukan oleh bilangan nod utama)
- Nod rujukan : 1, iaitu e=f=g=h
- Kaedah nod atau kaedah voltan nod, adalah pendekatan yang biasa digunakan untuk menganalisis litar berdasarkan kepada penerapan hukum HKA, HKV dan Ohm.

- Prosedur untuk menganalisis litar dengan kaedah voltan nod berdasarkan langkah-langkah berikut.
 - 1) Labelkan semua parameter litar dengan jelas.
 - 2) Kenal pasti semua nod litar (nod utama dan nod rujukan) dan labelkan.
 - 3) Nod rujukan juga disebut *ground* adalah nod pada litar di mana voltan nodal adalah ~ 0 Volt.
 - 4) Labelkan dan namakan voltan di nod utama. (Contoh : V_a dan V_b atau V_1 dan V_2).
 - 5) Berikan nama dan labelkan setiap arah arus masuk atau keluar meninggalkan nod utama akan sama dengan sifar.
 - 6) Tentukan dan tulis persamaan HKA dan hukum ohm pada setiap nod utama dan namakan arus cabang dari segi voltan nod.
 - 7) Selesaikan persamaan serentak yang dihasilkan untuk mencari nilai voltan nod.
 - 8) Setelah voltan nod diketahui, arus cabang akan dapat diperolehi berdasarkan pengantian dalam persamaan



Dalam rangkaian di atas, nod D dilabelkan sebagai nod rujukan dan tiga node lain merupakan nod yang dilabelkan sebagai V_a , V_b dan V_c (V_b = Nod utama). Arah arus ditentukan dan dilabelkan dengan I_1 , I_2 dan I_3

Persamaan HKA ; $I_1 + I_2 = I_3$

Persamaan Hukum Ohm ;

$$\frac{(V_a - V_b)}{10} + \frac{(V_c - V_b)}{20} = \frac{(V_b)}{40}$$

Di mana $V_a = 10V$ dan $V_c = 20V$, oleh itu:

$$\frac{(10 - V_b)}{10} + \frac{(20 - V_b)}{20} = \frac{(V_b)}{40}$$

$$\left(1 - \frac{V_b}{10}\right) + \left(1 - \frac{V_b}{20}\right) = \frac{(V_b)}{40}$$

$$2 = V_b \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10}\right)$$

$$V_b = 2.353 \text{ V}$$

$$I_1 = \left(\frac{10 - 2.353}{10}\right) = 0.765 \text{ A}$$

$$I_2 = \left(\frac{20 - 2.353}{20}\right) = 0.882 \text{ A}$$

$$I_3 = \left(\frac{1.143}{40}\right) = 0.059 \text{ A}$$

TEOREM TINDIHAN

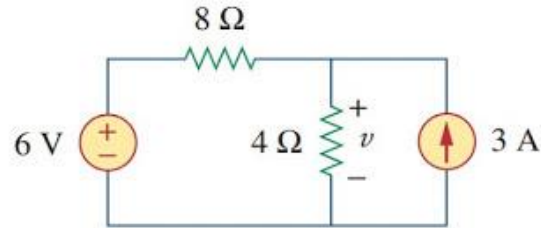
Aplikasi hukum kirchoff menggunakan kaedah Teorem Tindihan merupakan kaedah yang banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah di dalam rangkaian-rangkaian elektrik yang mempunyai lebih dari satu sumber voltan.

Untuk menerapkan prinsip tindihan adalah seperti di bawah :

1. Aktifkan satu sumber bebas dalam satu masa dan matikan sumber bebas yang lain. Bagi mematikan sumber bebas (dengan mengganti setiap sumber voltan dengan litar pintas (*short circuit*)) dan sekiranya sumber arus dengan kaedah dilitar bukakan (*open circuit*)).
2. Kirakan nilai keluarannya samada nilai voltan atau arus.
3. Ulang langkah 1 untuk setiap sumber bekalan.
4. Kirakan jumlah nilai yang diperolehi dengan menambahkan secara aljabar berdasarkan kepada sumber bekalan.

Contoh:

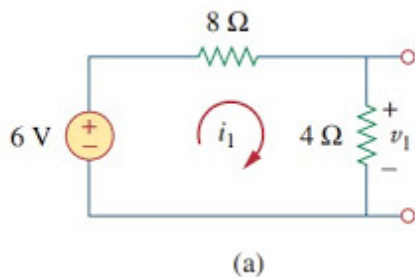
Gunakan kaedah teorem tindihan untuk menentukan nilai v pada Rajah di bawah.

**Penyelesaian:**

Terdapat dua sumber dalam litar, maka

$$V = V_1 + V_2$$

Dimana v_1 dan v_2 merupakan kombinasi berdasarkan sumber voltan 6 V dan sumber arus 3 A, secara berurutan. Untuk memperoleh v_1 maka kita (sumber arus menjadi dimatikan dengan dilitar buka), seperti pada Rajah di bawah;



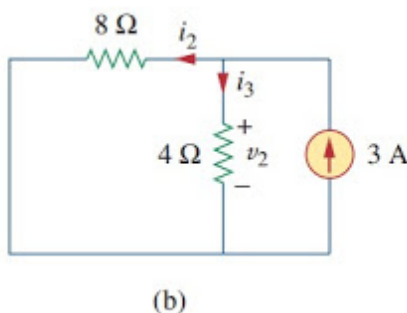
$$i_1 = \frac{6}{8+4} = 0.5A \quad \text{----- Hukum Ohm}$$

$$V_1 = (0.5)(4) = 2V$$

$$V_1 = \frac{4}{4+8}(6) \quad \text{----- Hukum pembahagi voltan}$$

$$V_1 = 2V$$

Untuk memperolehi nilai V_2 , sumber voltan akan dimatikan (dilitar pintaskan) seperti di dalam Rajah di bawah.



$$i_3 = \frac{8}{4+8}(3) \quad \text{----- Hukum pembahagi arus}$$

$$i_3 = 2A$$

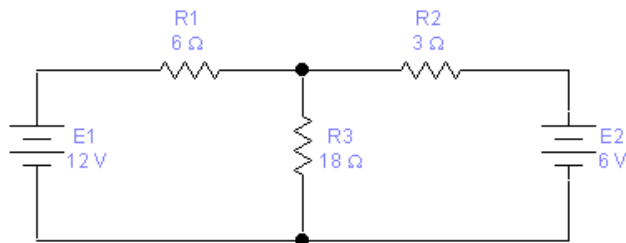
Oleh itu,

$$V_2 = 4 \times i_3 = 4 \times 2 = 8V$$

Oleh itu gabungan nilai V_1 dan V_2 daripada litar pertama dan litar kedua;

$$V = V_1 \times V_2 = 2 \times 8 = \mathbf{10V}$$

Contoh:

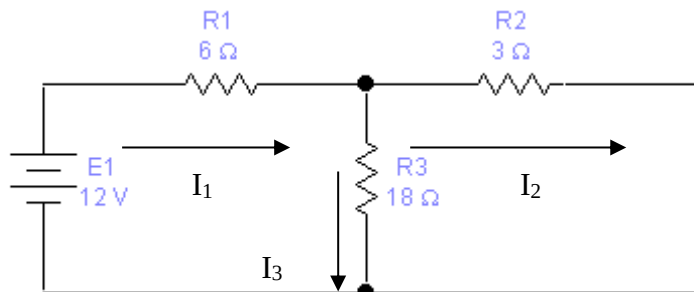


Dengan menggunakan kaedah Teorem Tindihan, merujuk kepada litar diatas, tentukan:

- Nilai arus yang mengalir pada resistor R_3
- Susut voltan pada resistor R_3

Penyelesaian:

- Sumber voltan E_1 aktif , (sumber voltan E_2 dipintaskan – *off*). Pada keadaan ini, bentuk rangkaian dan arah arusnya menjadi seperti dalam gambarajah dibawah.



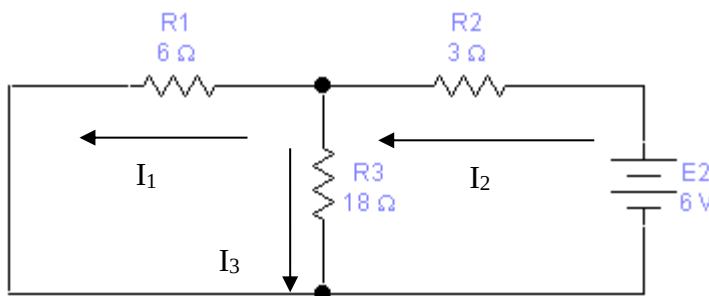
$$\begin{aligned} R_T &= R_1 + [(R_2 \times R_3) / (R_2 + R_3)] \\ &= 6 + [(3 \times 18) / (3 + 18)] \\ &= 6 + [54 / 21] \\ &= 6 + 2.57 \\ &= 8.57 \Omega \end{aligned}$$

Di mana:

$$\begin{aligned} I_1' &= E_1 / R_T \\ &= 12V / 8.57\Omega \\ &= 1.4 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_3' &= I_1' [(R_2 / (R_2 + R_3))] \\
 &= 1.4 [3 / (3 + 18)] \\
 &= 1.4 [3 / 21] \\
 &= 1.4 [0.143] \\
 &= 0.2 \text{ A}
 \end{aligned}$$

- Sumber voltan E2 aktif, (sumber voltan E1 dipintaskan). Sambungan rangkaian dan arah arusnya adalah seperti berikut.



$$\begin{aligned}
 R_T &= R_2 + [(R_1 \times R_3) / (R_1 + R_3)] \\
 &= 3 + [(6 \times 18) / (6 + 18)] \\
 &= 3 + [108 / 24] \\
 &= 3 + 4.5 \\
 &= 7.5 \Omega
 \end{aligned}$$

Oleh itu:

$$\begin{aligned}
 I_2'' &= E_2 / R_T \\
 &= 6\text{V} / 7.5\Omega \\
 &= \mathbf{0.8 \text{ A}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_3'' &= I_2'' [R_1 / (R_1 + R_3)] \\
 &= 0.8 [6 / (6 + 18)] \\
 &= 0.8 [6 / 24] \\
 &= 0.8 [0.25] \\
 &= \mathbf{0.2 \text{ A}}
 \end{aligned}$$

- Nilai arus elektrik yang mengalir melalui resistor R₃ adalah:

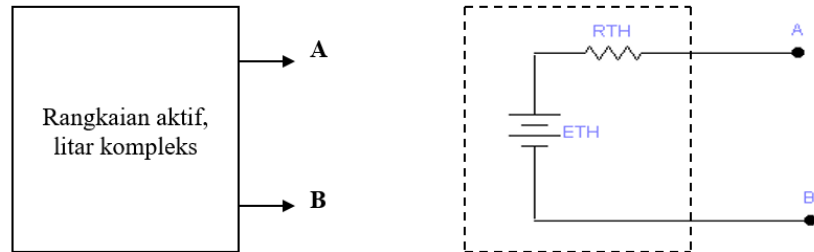
$$I_3 = I_3' + I_3'' = 0.2 \text{ A} + 0.2 \text{ A} = \mathbf{0.4 \text{ A}} \text{ (Arus } I_3' \text{ searah dengan arus } I_3'')$$

- Kejatuhan voltan pada resistor R₃ adalah:

$$E_{R3} = I_3 \cdot R_3 = 0.4 \text{ A} \times 18 \Omega = \mathbf{7.2 \text{ V}}$$

TEOREM THEVENIN

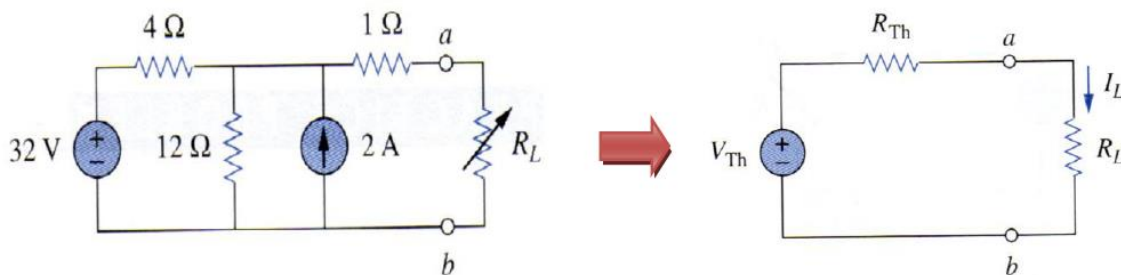
Teorem Thevenin menyatakan bahawa satu litar linear dua terminal kompleks boleh digantikan oleh litar setara yang terdiri daripada sumber voltan V_{Th} yang disambung secara siri dengan perintang R_{Th} .

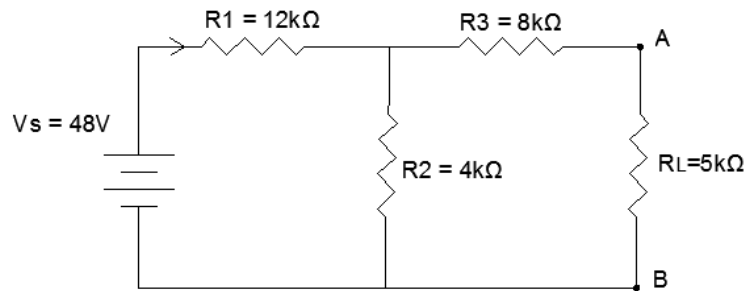


Litar Setara Thevenin

Terdapat langkah-langkah bagi menentukan jumlah arus beban (I_L) dan voltan dalam suatu rangkaian dengan menggunakan kaedah Theorem Thevenin:

- 1) Daripada rangkaian elektrik yang diberi, cari terlebih dahulu voltan Thevenin (E_{Th}). Voltan Thevenin adalah voltan yang diperolehi dengan cara membuka komponen yang hendak dicari nilai arus (resistor beban – R_L).
- 2) Setelah mencari voltan Thevenin, seterusnya cari nilai rintangan Thevenin (R_{Th}). Rintangan Thevenin adalah rintangan yang diperolehi dengan cara membuka komponen yang hendak dicari nilai arus (resistor beban – R_L) dan mematikan sumber bebas (dengan mengganti setiap sumber voltan dengan litar pintas (*short circuit*) dan sekiranya sumber arus dengan kaedah dilitar bukaan (*open circuit*)).
- 3) Lukiskan litar setara Thevenin dan pasang semula komponen rintangan beban (R_L) yang telah dibuka sebelum ini.
- 4) Dengan menggunakan hukum Ohm dapatkan arus yang mengalir pada komponen tersebut (Arus beban – I_L).



Contoh 1:

Rajah (1)

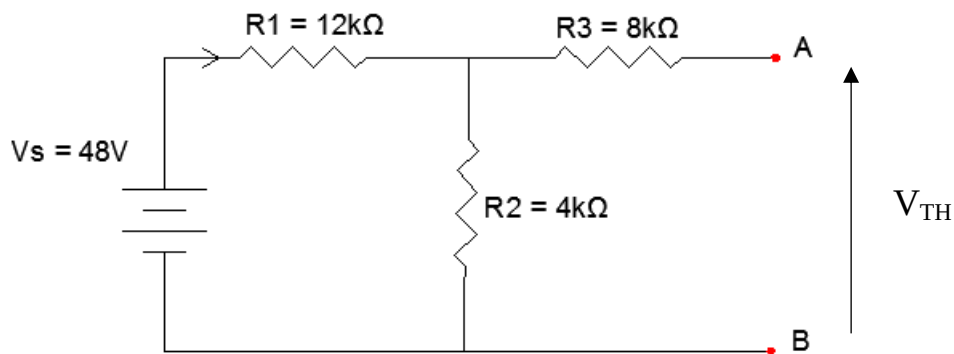
Cari V_{TH} , R_{TH} dan arus beban yang mengalir dan voltan beban melintasi perintang beban pada rajah (1) dengan menggunakan Teorem Thevenin.

Penyelesaian:

Tentukan nilai V_{TH}

Langkah 1.

‘Buka’ resistor beban $5k\Omega$ (Rajah 2).



Rajah (2)

Langkah 2.

Kirakan nilai voltan litar terbuka (Voltan Thevenin - V_{TH}) pada Rajah (3).

Langkah:

- 1) Resistor beban dikeluarkan dari rangkaian, oleh itu litar menjadi litar terbuka seperti yang ditunjukkan pada rajah 2.

- 2) Kira Voltan Thevenin. Oleh kerana arus 3mA mengalir di kedua-dua perintang 12kΩ dan 4kΩ (merupakan litar lengkap). Arus tidak akan mengalir melalui perintang 8kΩ kerana ia adalah litar terbuka.

V_{TH} adalah voltan yang diukur merentangi perintang 4kΩ. $V_{R2} = 3mA \times 4k\Omega$., tetapi perintang 8kΩ selari dengan perintang 4k.

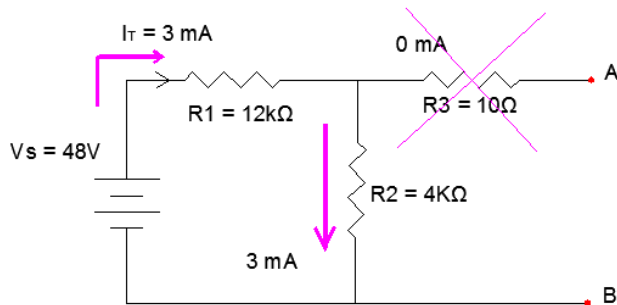


Figure (3)

Penyelesaian 1: Ohm's Law

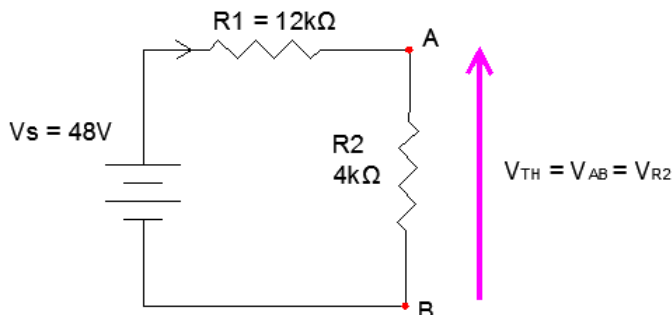
$$I_T = \frac{V_s}{R_1 + R_2}$$

$$I_T = \frac{48}{12k + 4k}$$

$$I_T = \frac{48}{16k} = 3mA$$

$$V_{TH} = V_{R2} = I_T \times R_2$$

$$V_{TH} = 3mA \times 4k = 12V$$



Penyelesaian 2: VDR

$$V_{TH} = V_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times V_s$$

$$V_{TH} = \frac{4k}{12k + 4k} \times 48$$

$$V_{TH} = 0.25 \times 48$$

$$V_{TH} = 12V$$

Tentukan nilai R_{TH}

Langkah 3.

Buka rintangan beban (R_L) dan 'off' kan voltan bekalan merujuk kepada. Rajah (4)

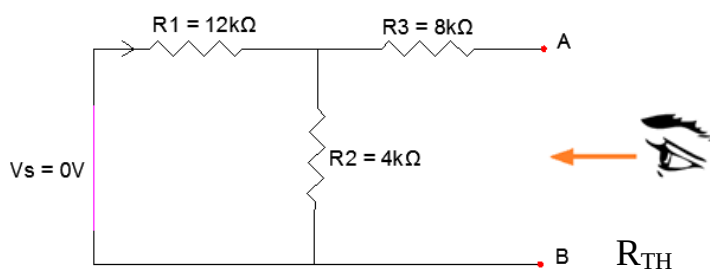


Figure (4)

Solution : R_{TH}

$$R_{TH} = [R_1 // R_2] + R_3$$

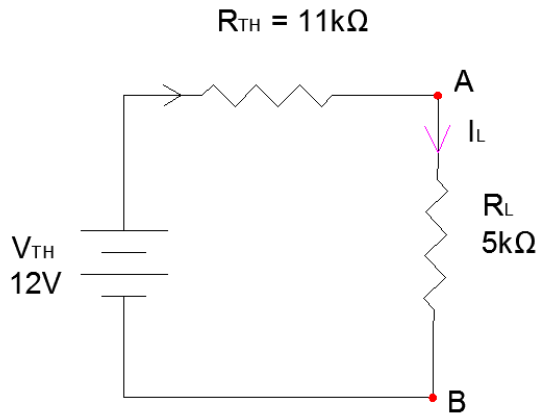
$$R_{TH} = \left(\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \right) + R_3$$

$$R_{TH} = \left(\frac{1}{\frac{1}{12k} + \frac{1}{4k}} \right) + 8k$$

$$R_{TH} = 8k + 3k = 11k\Omega$$

Langkah 4.

Sambungkan resistor R_{TH} bersiri dengan Voltan Thevenin V_{TH} dan sambungkan semula resistor beban (R_L), seperti Rajah (5). Litar in merupakan **Litar Setara Thevenin**. Akhir sekali dengan menggunakan **Hukum Ohm**, kirakan **arus beban (I_L)**



Rajah (5) : Litar Setara Thevenin

Penyelesaian : Jumlah arus beban (I_L)

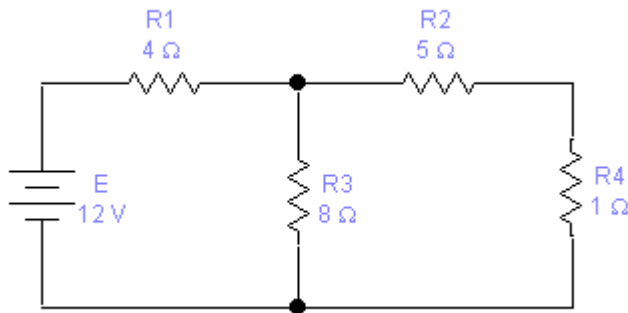
$$I_L = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_L}$$

$$I_L = \frac{12}{11k + 5k}$$

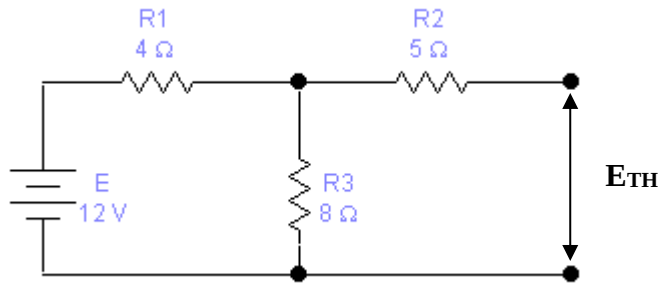
$$I_L = \mathbf{0.75mA}$$

Contoh 2:

Tentukan nilai arus dan voltan yang melalui resistor R_4 dengan menggunakan kaedah Teorem Thevenin.

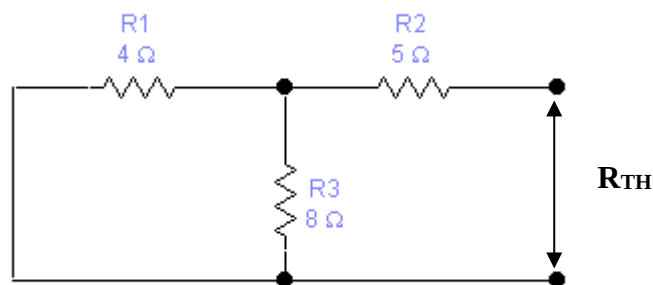
**Penyelesaian:**

- Buka resistor R_4 dalam rangkaian.



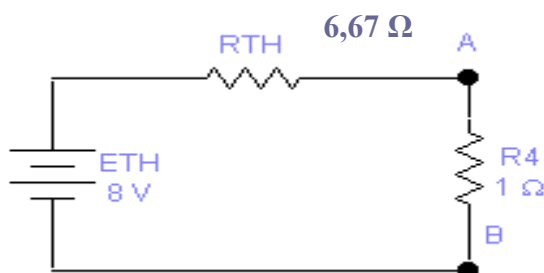
$$\begin{aligned} E_{TH} &= E [R_3 / (R_1 + R_3)] \\ &= 12 [8 / (4 + 8)] \\ &= 12 [8 / 12] \\ &= 8 \text{ V} \end{aligned}$$

- Untuk menentukan nilai R_{TH} Offkan sumber voltan (dilitar pintaskan) dan tanggalkan rintangan R_L seperti dalam Rajah dibawah:



$$\begin{aligned} R_{TH} &= R_2 + [(R_1 \times R_3) / (R_1 + R_3)] \\ &= 5 + [(4 \times 8) / (4 + 8)] \\ &= 5 + [32 / 12] \\ &= 5 + 2,67 \\ &= 7,67 \Omega \end{aligned}$$

- Lukis gambarajah litar setara Thevenin dan pasang semula komponen R_L bagi menentukan nilai arus beban (I_L).



Nilai arus yang mengalir pada rintangan beban (R_4) adalah

$$I_{R4} = E_{TH} / (R_{TH} + R4)$$

$$= 8 / (6.67 + 1)$$

$$= \underline{\underline{1.043 \text{ A}}}$$

Kejatuhan voltan pada R_4 adalah

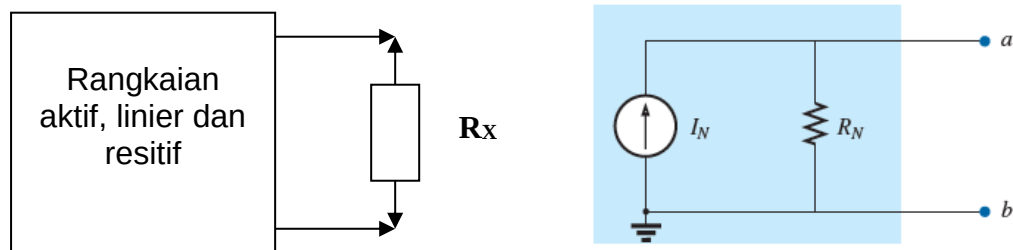
$$E_{R4} = I_{R4} \times R4$$

$$= 1.043 \times 1$$

$$= \underline{\underline{1.043 \text{ V}}}$$

TEOREM NORTON

- Teorem Norton juga digunakan untuk menentukan jumlah arus yang mengalir melalui salah satu komponen yang terdapat dalam rangkaian elektrik. Kalau di dalam teorem Thevenin kita mengenal “Voltan Thevenin – V_{TH} ” dan “Rintangan Thevenin – R_{TH} ”, maka dalam teorem Norton kita mengenal “ Arus Norton – I_N ” dan “ Rintangan Norton – R_N ”.
- Arus Norton adalah jumlah arus elektrik yang mengalir melalui suatu komponen yang terdapat dalam rangkaian elektrik pada ketika komponen tersebut dipintaskan. Jadi arus Norton adalah arus litar pintas I_{SC} .
- Rintangan Norton adalah rintangan total rangkaian pada ketika komponen beban yang dibuka setelah menutup atau *off* kan semua sumber bekalan yang terdapat dalam rangkaian.
- Litar Setara Norton.



Dengan menggunakan hukum pembahagi arus, jumlah arus yang mengalir melalui rintangan R_X , iaitu:

$$I_{RX} = \left(\frac{R_N}{R_N + R_X} \right) \times I_N$$

Teorem Norton membolehkan kita menggantikan litar yang rumit dengan litar setara yang hanya mengandungi sumber arus (I_N dan disambung secara selari dengan perintang R_L).

Secara ringkasnya, Teorem Norton berkata:

Litar linear dua terminal boleh digantikan dengan litar setara yang terdiri daripada sumber semasa (I_N) dan perintang selari (R_N).

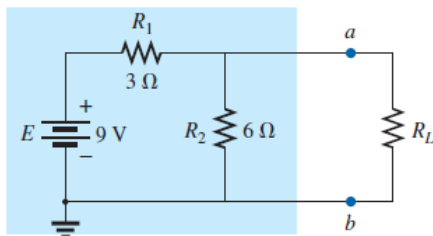
Kita boleh mengira litar setara Norton dalam dua langkah:

Kira R_N . Pastikan rintangan beban dibuka dan semua sumber dimatikan (sekiranya sumber voltan dilitar pintaskan dan sekiranya sumber arus dilitar bukakan) dan kemudian tentukan jumlah rintangan antara dua terminal.

Kira nilai I_N . Cari arus litar antara terminal, dengan melitar pintaskan dari bahagian rintangan beban yang dibuka (a-b).

Contoh :

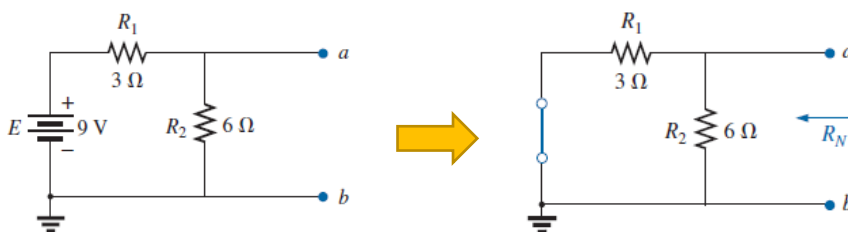
Merujuk kepada rangkaian elektrik dibawah ini.



Tentukan nilai arus yang mengalir melalui rintangan R_L .

Jawapan:

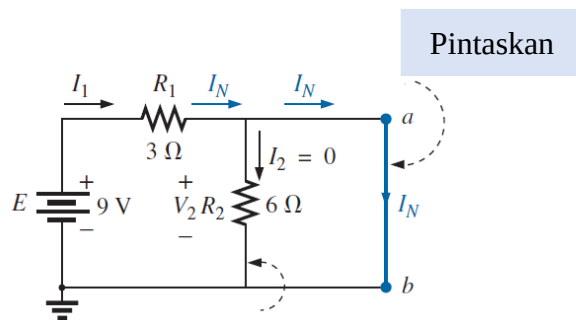
- Cari rintangan Norton, dengan cara membuka rintangan R_L dan pintaskan voltan bekalan (off), seperti gambarajah dibawah.



$$R_N = R_1 // R_2$$

$$R_N = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2\Omega$$

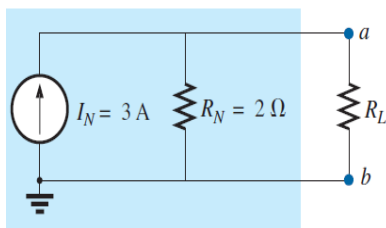
- Cari arus Norton (I_N), dengan cara buka R_3 (a-b) dan litar pintaskan bahagian (a-b) seperti pada gambar dibawah ini.



$$V_2 = I_2 R_2 = (0)6\ \Omega = 0\ \text{V}$$

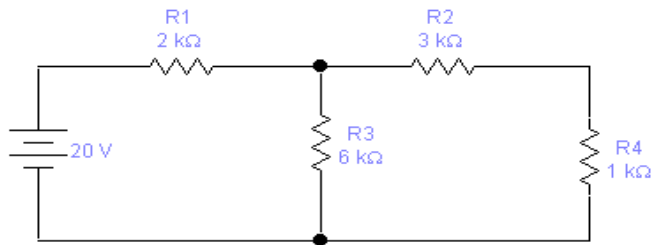
$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{9\ \text{V}}{3\ \Omega} = 3\ \text{A}$$

Rangkaian litar setara Norton dan pasang semula rintangan beban (R_L)



Latihan :

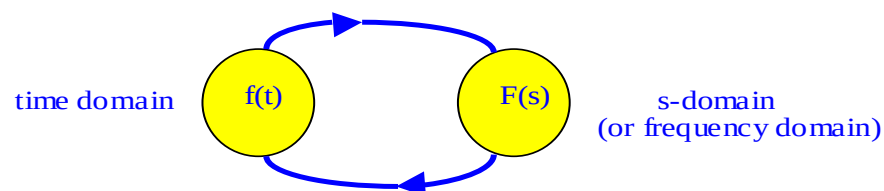
1. Kirakan nilai arus dan voltan susut pada R_3 dan R_4 menggunakan kaedah teorem Thevenin dan teorem Norton.



BAB 5 : JELMAAN LAPLACE

TAKRIFAN JELMAAN LAPLACE

- Jelmaan Laplace merupakan kaedah yang digunakan dengan meluas dalam kejuruteraan kawalan. Ini disebabkan oleh keupayaannya dalam menyelesaikan persamaan pembeza dengan mudah. Jelmaan Laplace merupakan teknik penyelesaian yang menukarkan persamaan pembeza dalam domain-t (masa) kepada domain-s (pembolehubah kompleks).
- Jika diberi suatu fungsi $f(t)$, maka jelmaan laplace bagi fungsi ini diwakili oleh $F(s)$ atau $\mathcal{L}[f(t)]$: untuk $t \geq 0$.



- Jelmaan Laplace ditakrifkan sebagai berikut:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

Di mana;

$f(t)$ = fungsi dalam domain masa

s = pembolehubah kompleks

$F(s)$ = Transformasi Laplace $f(t)$

- ❖ Secara umum, untuk menunjukkan fungsi yang ingin diubah, huruf kecil digunakan (t domain) dan huruf besar sebagai (s domain). Dengan cara ini kita akan mempunyai:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$$

$$\mathcal{L}\{g(t)\} = G(s)$$

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s)$$

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s)$$

$$\mathcal{L}\{h(t)\} = H(s)$$

Contoh 1:

Dapatkan jelmaan Laplace bagi fungsi $f(t) = 1$; $t \geq 0$

Penyelesaian:

$$f(t) = 1$$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} (1) dt$$

$$F(s) = -\frac{e^{-st}}{s} \Big|_0^{\infty} = -\left[\frac{e^{-s(\infty)}}{s} - \frac{e^0}{s}\right]$$

$$F(s) = -\left[0 - \frac{1}{s}\right] = \frac{1}{s}$$

Contoh 2:

Diberi $g(t) = t$. Tentukan Jelmaan Laplace fungsi tersebut bagi $t \geq 0$.

Penyelesaian:

$$g(t) = t$$

$$\mathcal{L}\{g(t)\} = \int_0^{\infty} t \cdot e^{-st} dt$$

$$= \left[t \times \left(-\frac{1}{s} e^{-st}\right)\right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} 1 \times \left(-\frac{1}{s} e^{-st}\right) dt$$

$$= -\frac{te^{-st}}{s} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt$$

$$G(s) = -0 + 0 + \left[-\frac{1}{s^2} e^{-st}\right]_0^{\infty}$$

$$G(s) = -\frac{1}{s^2} (0) + \frac{1}{s^2} (1)$$

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$

Contoh 3:

Diberi ;

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{-at} & t > 0 \\ &= 0 & t < 0 \end{aligned}$$

Tentukan Jelmaan Laplace bagi fungsi tersebut.

Penyelesaian:

$$x(t) = e^{-at}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{x(t)\} &= \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt \\ &= \int_0^{\infty} e^{(-at)} \cdot e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-(a+s)t} dt \\ &= -\frac{e^{-(a+s)t}}{(a+s)} \Big|_0^{\infty} = -\frac{e^{-(a+s)\infty}}{(a+s)} + \frac{e^{-(a+s)0}}{(a+s)} \\ X(s) &= \frac{1}{(s+a)} \end{aligned}$$

Jadual Jelmaan Laplace

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$t^n, n = 1, 2, \dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$
e^{-at}	$\frac{1}{(s+a)}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\sin at$	$\frac{a}{(s^2+a^2)}$
$t \sin at$	$\frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$
$e^{-at}\sin bt$	$\frac{b}{((s+a)^2+b^2)}$
$\cos at$	$\frac{s}{(s^2+a^2)}$
$t \cos at$	$\frac{(s^2-a^2)}{(s^2+a^2)^2}$
$e^{-at}\cos bt$	$\frac{(s+a)}{((s+a)^2+b^2)}$
$\sinh at$	$\frac{a}{(s^2-a^2)}$
$\cosh at$	$\frac{s}{(s^2-a^2)}$
$1 - \cos at$	$\frac{a^2}{s(s^2+a^2)}$

SIFAT JELMAAN LAPLACE

- Dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan Jelmaan Laplace, kadangkala teorem-teorem berkaitan perlu digunakan. Setiap teorem ini mempunyai fungsinya yang tersendiri bergantung kepada aplikasi masing-masing.

1) LINEAR

$$\mathcal{L}\{c_1f(t) + c_2g(t)\} = c_1\mathcal{L}\{f(t)\} + c_2\mathcal{L}\{g(t)\} = c_1F(s) + c_2G(s)$$

c_1 dan c_2 adalah pemalar dan fungsi $f(t)$ dan $g(t)$ yang masing-masing jelmaan Laplace adalah $F(s)$ dan $G(s)$.

Contoh 1:

$$f(t) = \{4t^2 + 5e^{-t}\}$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} f(t) &= \mathcal{L}\{4t^2 + 5e^{-t}\} \\ &= 4\mathcal{L}\{t^2\} + 5\mathcal{L}\{e^{-t}\} \\ &= 4\left(\frac{2!}{s^3}\right) + 5\left(\frac{1}{1+s}\right) \\ F(s) &= \left(\frac{8}{s^3}\right) + \left(\frac{5}{1+s}\right) \end{aligned}$$

Contoh 2:

$$f(t) = \cosh at = \frac{e^{at} + e^{-at}}{2}$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2}e^{at} + \frac{1}{2}e^{-at} \\ F(s) &= \frac{1}{2}\mathcal{L}[e^{at}] + \frac{1}{2}\mathcal{L}[e^{-at}] \\ &= \frac{1}{2(s-a)} + \frac{1}{2(s+a)} = \frac{s}{s^2 - a^2} \end{aligned}$$

2) TEOREM ANJAKAN PERTAMA

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$$

$$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s-a) ; 'a' \text{ adalah sebarang nombor nyata}$$

Contoh:

$$\mathcal{L}\cos(2t) = \frac{s}{(s^2+2^2)}, s > 0$$

Penyelesaian:

$$\mathcal{L}\{e^{-3t}\cos(2t)\} = \frac{s+3}{(s+3)^2+4}$$

3) TEOREM TERJEMAHAN KEDUA

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \quad g(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ f(t-a), & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}\{g(t)\} = e^{-as}F(s)$$

Contoh

Jika $f(t) = t^3$, maka $F(s) = \frac{6}{s^4}$. Oleh itu, transformasi

$$g(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ (t-2)^3, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$G(s) = \frac{6e^{-2s}}{s^4}$$

4) TEOREM PERUBAHAN SKALA

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$$

$$\mathcal{L}\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$$

Contoh

Oleh kerana transformasi $f(t) = \sin(t)$, ialah $F(s) = \frac{1}{s^2+1}$

$$\mathcal{L}\{\sin(4t)\} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\left(\frac{s}{4}\right)^2+1} \right) = \frac{4}{s^2+16}$$

5) TEOREM PEMBEZAAN NYATA

Teorem Pembezaan Nyata diberikan oleh:

$$\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}f(t)\right] = sF(s) - f(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2}{dt^2}f(t)\right] = s^2F(s) - sf(0) - \frac{d}{dt}f(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n}{dt^n}f(t)\right] = s^nF(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}\frac{d}{dt}f(0) - \dots + \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}f(0)$$

Contoh:

$$f(t) = 3\ddot{x} + 5\dot{x} + 7x \quad ; \quad x(0) = 2 \quad ; \quad \dot{x}(0) = 4$$

Dapatkan jelmaan Laplace $F(s)$ bagi fungsi $f(t)$ di atas

Penyelesaian:

Menggunakan Teorem Pembeza Nyata, dua unsur pertama memberikan:

$$3\mathcal{L}[\ddot{x}] = 3\mathcal{L}\left[\frac{d^2}{dt^2}f(t)\right] = 3[s^2X(s) - sx(0) - \dot{x}(0)]$$

$$5\mathcal{L}[\dot{x}] = 5\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}f(t)\right] = 5[sX(s) - x(0)]$$

$$7\mathcal{L}[x] = 7[X(s)]$$

Dari keputusan ini Jelmaan Laplace bagi persamaan $f(t)$ diberi oleh:

$$3[s^2X(s) - sx(0) - \dot{x}(0)] + 5[sX(s) - x(0)] + 7[X(s)] = F(s)$$

$$X(s) = \frac{F(s)}{3s^2 + 5s + 7} + \frac{[3s + 5](2) + [3](4)}{3s^2 + 5s + 7}$$

6) TEOREM PENGAMIRAN NYATA

Teorem Pengamiran Nyata diberikan oleh:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] &= \int_0^\infty \left[\int_0^t f(t)dt\right] e^{-st} dt \\ \mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] &= \left[\int_0^t f(t)dt\right] \frac{e^{-st}}{-s} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f(t) \frac{e^{-st}}{-s} dt \\ \mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] &= -\left[\int_0^t f(t)dt\right] \frac{1}{-s} \Big|_{t=0}^\infty - \int_0^\infty f(t) \frac{e^{-st}}{-s} dt \\ \mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] &= \frac{1}{s} f^{-1}(0) + \frac{1}{s} \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt\end{aligned}$$

Oleh itu; $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{1}{s} F(s) + \frac{1}{s} f^{-1}(0)$

Sifat Transformasi Laplace

<i>Sifat – sifat</i>
$\mathcal{L}[Af(t)] = AF(s)$
$\mathcal{L}[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s)$
$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} f(t)] = F(s + \alpha)$
$\mathcal{L}[f(t - \alpha)] = e^{-\alpha s} F(s)$
$\mathcal{L}\left[f\left(\frac{t}{\alpha}\right)\right] = \alpha F(s)$
$\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt} f(t)\right] = sF(s) - f(0)$
$\mathcal{L}\left[\frac{d^2}{dt^2} f(t)\right] = s^2 F(s) - sf(0) - \frac{d}{dt} f(0)$
$\mathcal{L}\left[\frac{d^n}{dt^n} f(t)\right] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \frac{d}{dt} f(0) - \dots + \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} f(0)$
$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{1}{s} F(s) + \frac{1}{s} f^{-1}(0)$

Contoh:

- a) Tentukan jelmaan Laplace bagi fungsi $f(t) = t - 3e^{-2t}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[t - 3e^{-2t}] &= \mathcal{L}[t] - 3\mathcal{L}[e^{-2t}] \\ &= \frac{1}{s^2} - 3\left(\frac{1}{s+2}\right) \\ &= \frac{1}{s^2} - \left(\frac{3}{s+2}\right) \\ &= \frac{s+2-3s^2}{s^2(s+2)} \\ &= \frac{-3s^2 + s + 2}{s^2(s+2)}\end{aligned}$$

- b) Tentukan jelmaan Laplace bagi fungsi $f(t) = 2t^2$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[2t^2] &= 2\mathcal{L}[t^2] \\ &= 2\left(\frac{2!}{s^{2+1}}\right) = \frac{4}{s^3}\end{aligned}$$

BAB 6 : JELMAAN LAPLACE SONGSANG

TAKRIFAN JELMAAN LAPLACE SONGSANG

Jika $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$, maka $f(t)$ disebut jelmaan Laplace songsang bagi $f(s)$ dan ditulis

sebagai $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$

dengan $\mathcal{L}^{-1}$ dikenali sebagai pengoperasian jelmaan Laplace songsang.

KAEDAH LAPLACE SONGSANG

LINEAR

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{-1}[c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s) + \cdots + c_n F_n(s)] \\ = c_1 \mathcal{L}^{-1}[F_1(s)] + c_2 \mathcal{L}^{-1}[F_2(s)] + \cdots + c_n \mathcal{L}^{-1}[F_n(s)]\end{aligned}$$

Contoh 1:

Dapatkan jelmaan Laplace songsang bagi ungkapan berikut.

- (a) $\frac{4}{s}$ (b) $\frac{12}{s^3}$ (c) $\frac{2}{s+5}$ (d) $\frac{3}{2s-6}$
- (e) $\frac{8}{s^2-9}$ (f) $\frac{1}{4s^2+9}$

Penyelesaian :

(a) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{4}{s}\right\} = 4$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{12}{s^3}\right\} &= \mathcal{L}^{-1}\left\{6\frac{2}{s^3}\right\} \\
 &= 6\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s^3}\right\} \\
 &= 6t^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (c) \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+5}\right\} &= 2 \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-(-5)}\right\} \\
 &= 2e^{-5t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (d) \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3}{2s-6}\right\} &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3}{2}\left(\frac{1}{s-3}\right)\right\} \\
 &= \frac{3}{2} \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-3}\right\} \\
 &= \frac{3}{2} e^{3t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (e) \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{8}{s^2-9}\right\} &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{8}{3}\left(\frac{3}{s^2-9}\right)\right\} \\
 &= \frac{8}{3} \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3}{s^2-9}\right\} \\
 &= \frac{8}{3} \sinh 3t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (f) \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{4s^2+9}\right\} &= \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{4\left(s^2+\frac{9}{4}\right)}\right\} \\
 &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{\frac{3}{2}}{s^2+\frac{9}{4}}\right)\right\} \\
 &= \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{6} \left(\frac{\frac{3}{2}}{s^2+\frac{9}{4}}\right)\right\} \\
 &= \frac{1}{6} \sin \frac{3}{2}t
 \end{aligned}$$

Contoh 2:

Dapatkan jelmaan Laplace songsang bagi

a) $\frac{3s+2}{s^2+4}$

b) $\frac{7s+3}{s^2-9}$

c) $\frac{3s-7}{s^2-2s+5}$

d) $\frac{2s}{s^2+2s+5}$

Penyelesaian :

(a) Ungkapan yang diberikan boleh ditulis sebagai

$$\frac{3s+2}{s^2+4} = \frac{3s}{s^2+4} + \frac{2}{s^2+4}$$

Oleh itu,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3s+2}{s^2+4}\right] &= 3\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{s^2+4}\right] \\ &= 3\cos 2t + \sin 2t\end{aligned}$$

(b) Ungkapkan yang diberikan boleh ditulis sebagai

$$\frac{7s+3}{s^2-9} = \frac{7s}{s^2-9} + \frac{3}{s^2-9}$$

Oleh itu,

$$\begin{aligned}L^{-1}\left\{\frac{7s+3}{s^2-9}\right\} &= 7L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2-9}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{3}{s^2-9}\right\} \\ &= 7 \cosh 3t + \sinh 3t \\ &= 7\left(\frac{e^{3t}+e^{-3t}}{2}\right) + \left(\frac{e^{3t}-e^{-3t}}{2}\right) \\ &= \frac{7}{2}(e^{3t}+e^{-3t}) + \frac{1}{2}(e^{3t}-e^{-3t}) \\ &= e^{3t}\left(\frac{7}{2}+\frac{1}{2}\right) + e^{-3t}\left(\frac{7}{2}-\frac{1}{2}\right) \\ &= 4e^{3t} + 3e^{-3t}\end{aligned}$$

Cara lain untuk menyelesaikan masalah ini ialah dengan menggunakan pecahan separa. Dalam bentuk pecahan separa ungkapan ini boleh ditulis

$$\frac{7s+3}{(s-3)(s+3)} = \frac{A}{s-3} + \frac{B}{s+3}$$

$$\frac{7s+3}{(s-3)(s+3)} = \frac{A(s+3) + B(s-3)}{(s-3)(s+3)}$$

Bandungkan $7s+3 = A(s+3) + B(s-3)$

Bila $s = -3$ $7(-3) + 3 = B(-3-3)$
 $-21 + 3 = B(-6)$
 $-18 = B(-6)$
 $B = 3$

Bila $s = 3$ $7(3) + 3 = A(3+3)$
 $21 + 3 = A(6)$
 $24 = A(6)$
 $A = 4$

$$\frac{7s+3}{(s-3)(s+3)} = \frac{4}{s-3} + \frac{3}{s+3}$$

$$\frac{7s+3}{(s-3)(s+3)} = 4\mathcal{L}\left[\frac{1}{s-3}\right] + 3\mathcal{L}\left[\frac{1}{s+3}\right]$$

oleh itu

$$= 4e^{3t} + 3e^{-3t}$$

Penyelesaian :

(c)

$$\frac{3s-7}{s^2-2s+5} = \frac{3s-7}{(s-1)^2+4}$$

$$\frac{3s-7}{s^2-2s+5} = \frac{3(s-1)-4}{(s-1)^2+4}$$

$$= 3 \frac{(s-1)}{(s-1)^2+4} - 2 \frac{2}{(s-1)^2+4}$$

$$= 3\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-1)}{(s-1)^2+2^2}\right] - 2\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{(s-1)^2+2^2}\right]$$

$$= 3e^t \cos 2t - 2e^t \sin 2t$$

(d) $\frac{2s}{s^2 + 2s + 5}$

Penyelesaian:

$$\frac{2s}{s^2 + 2s + 5}$$

$$a^2 + bs + c \quad ; \quad a = 1 \quad ; \quad b = 2 \quad ; \quad c = 5$$

$$\begin{aligned} &as^2 + bs + c \quad ; \quad b < c \\ &\left(s + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c \\ &\left(s + \frac{2}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 + 5 \\ &(s+1)^2 - (1)^2 + 5 \\ &(s+1)^2 + 4 \end{aligned}$$

$$\frac{2s}{s^2 + 2s + 5} = \left[\frac{2(s+1) - 2}{(s+1)^2 + 2^2} \right] = \frac{2(s+1)}{(s+1)^2 + 2^2} - \frac{2}{(s+1)^2 + 2^2}$$

$$= 2 \left[\frac{(s+1)}{(s+1)^2 + 2^2} \right] - \frac{2}{(s+1)^2 + 2^2}$$

$$f(t) = 2\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{(s+1)}{(s+1)^2 + 2^2} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{(s+1)^2 + 2^2} \right]$$

$$f(t) = 2\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{(s+1)}{(s+1)^2 + 2^2} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{(s+1)^2 + 2^2} \right]$$

$$f(t) = 2e^{-t} \cos 2t - e^{-t} \sin 2t$$

PECAHAN SEPARA

Faktor Linear

Bentuk Pecahan Separa

$ax + b$

$$\frac{A}{ax+b}$$

$(ax+b)^k$

Faktor linear
berulang

$$\frac{A_1}{ax+b} + \frac{A_2}{(ax+b)^2} + \dots + \frac{A_k}{(ax+b)^k}$$

$ax^2 + bx + c$

Faktor kuadratik

$$\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$$

$(ax^2+bx+c)^k$

Faktor kuadratik
berulang

$$\frac{A_1x+B_1}{ax^2+bx+c} + \frac{A_2x+B_2}{(ax^2+bx+c)^2} + \dots + \frac{A_kx+B_k}{(ax^2+bx+c)^k}$$

1. Faktor kuadratik berulang $(s^2 + ps + q)^2$ memberikan

$$\frac{Ps+Q}{s^2+ps+q} + \frac{Rs+T}{(s^2+ps+q)^2}$$

Berikutnya ini diberikan contoh-contoh mendapatkan jelmaan Laplace songsang dengan menggunakan pecahan separa .

Contoh 1

Tulis ungkapan berikut dalam bentuk pecahan separa dan seterusnya dapatkan jelmaan laplace songsang .

(a) $\frac{1}{s(s-1)}$

(b) $\frac{2s^2 + s + 1}{(s+1)(s^2+1)}$

Penyelesaian:

- a) Dengan petua pecahan separa ungkapan boleh ditulis sebagai

$$\frac{1}{s(s-1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-1}$$

$$\frac{1}{s(s-1)} = \frac{A(s-1) + B(s)}{(s)(s-1)}$$

$$1 = A(s-1) + B(s)$$

Bila $s = 1$; $B = 1$

Bila $s = 0$; $A = -1$

Dengan ini diperolehi $A = -1$ dan $B = 1$. Seterusnya ungkapan di atas menjadi

$$\begin{aligned} \frac{1}{s(s-1)} &= \frac{1}{s-1} - \frac{1}{s} \\ &= L^{-1}\left\{\frac{1}{s-1}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} \\ &= e^t + 1 \end{aligned}$$

b) Dengan petua pecahan separa ungkapan boleh ditulis sebagai

$$\frac{2s^2 + s + 1}{(s+1)(s^2 + 1)} = \frac{A}{s+1} + \frac{Bs + C}{s^2 + 1}$$

$$\frac{2s^2 + s + 1}{(s+1)(s^2 + 1)} = \frac{A(s^2 + 1) + (Bs + C)(s+1)}{(s+1)(s^2 + 1)}$$

$$2s^2 + s + 1 = A(s^2 + 1) + (Bs + C)(s+1)$$

Bila $s = -1$

$$2 - 1 + 1 = A(1 + 1) + 0$$

$A = 1$

$$2s^2 + s + 1 = As^2 + A + Bs^2 + Bs + Cs + C$$

$$2s^2 + s + 1 = (A + B)s^2 + (B + C)s + (A + C)$$

Bandingkan :

$A + B = 2$	$B + C = 1$
$1 + B = 2$	$1 + C = 1$
$B = 1$	$C = 0$

Dengan ini diperolehi $A=1$, $B=1$ dan $C=0$. Seterusnya ungkapan di atas menjadi Seterusnya

$$\frac{2s^2 + s + 1}{(s+1)(s^2 + 1)} = \frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2 + 1}$$

$$L^{-1}\left\{\frac{2s^2 + s + 1}{(s+1)(s^2 + 1)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s+1}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + 1}\right\}$$

$$= e^{-t} + \cos t$$

Contoh 2

Tulis ungkapan berikut dalam bentuk pecahan separa dan seterusnya dapatkan jelmaan Laplace songsang.

(a) $\frac{3s^2 + 6}{(s-1)^2(s+2)}$

(b) $\frac{3}{(s+2)(s^2 + 4s + 5)}$

Penyelesaian

(a) Dengan petua pecahan separa ungkapan boleh ditulis sebagai

$$\frac{3s^2 + 6}{(s-1)^2(s+2)} = \frac{A}{s-1} + \frac{B}{(s-1)^2} + \frac{C}{s+2}$$

$$\frac{3s^2 + 6}{(s-1)^2(s+2)} = \frac{A(s-1)(s+2) + B(s+2) + C(s-1)^2}{(s-1)^2(s+2)}$$

$$3s^2 + 6 = A(s-1)(s+2) + B(s+2) + C(s-1)^2$$

Bila $s = -2$

$$3(4) + 6 = A(0) + B(0) + C(-2-1)^2$$

$$12 + 6 = 0 + 0 + 9C$$

$$18 = 9C$$

$$C = 2$$

Bila $s = 1$

$$3 + 6 = A(0) + B(3) + C(0)$$

$$9 = 3B$$

$$B = 3$$

Bila $s = 0$

$$3s^2 + 6 = A(s-1)(s+2) + B(s+2) + C(s-1)^2$$

$$0 + 6 = A(-1)(2) + B(2) + C(1)$$

$$6 = A(-1)(2) + 3(2) + 2(1)$$

$$6 = A(-2) + 6 + 2$$

$$A = 1$$

Dengan ini diperoleh $A=1$, $B=3$, dan $C=2$. Seterusnya ungkapan atas menjadi

$$\frac{3s^2 + 6}{(s-1)^2(s+2)} = \frac{1}{s-1} + \frac{3}{(s-1)^2} + \frac{2}{s+2}$$

Seterusnya

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{3s^2 + 6}{(s-1)^2(s+2)} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s-1} \right\} + 3\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s-1)^2} \right\} + 2\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s+2} \right\}$$

$$= e^t + 3t e^t + 2e^{-2t}$$

$$= (1+3t) e^t + 2e^{-2t}$$

(b) Dengan Petua pecahan separa ungkapan boleh ditulis sebagai

$$\frac{3}{(s+2)(s^2+4s+5)} = \frac{A}{s+2} + \frac{Bs+C}{s^2+4s+5}$$

$$\frac{3}{(s+2)(s^2+4s+5)} = \frac{A(s^2+4s+5) + (Bs+C)(s+2)}{(s+2)(s^2+4s+5)}$$

$$3 = A(s^2+4s+5) + (Bs+C)(s+2)$$

$$3 = As^2 + 4As + 5A + Bs^2 + 2Bs + Cs + 2C$$

$$3 = (A+B)s^2 + (4A+2B+C)s + 5A+2C$$

Bila $s = -2$

$$3 = A(4-8+5) + 0$$

$$A = 3$$

Bila $s = 0$

$$3 = A(5) + C(2)$$

$$3 = 3(5) + C(2)$$

$$3 = 15 + 2C$$

$$C = \frac{-12}{2}$$

$$C = -6$$

Bila $A + B = 0$

$$3 + B = 0$$

$$B = -3$$

Dengan ini diperolehi $A=3$, $B=-3$, dan $C=-6$.

Seterusnya ungkapan di atas menjadi

$$\frac{3}{(s+2)(s^2+4s+5)} = \frac{3}{s+2} + \frac{-3s-6}{s^2+4s+5}$$

$$\frac{3}{(s+2)(s^2+4s+5)} = \frac{3}{s+2} - \frac{3s+6}{s^2+4s+5}$$

$$= \frac{3}{s+2} - \frac{3(s+2)}{(s+2)^2+1}$$

Seterusnya

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{3}{(s+2)(s^2+4s+5)} \right\} &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{3}{s+2} \right\} - \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{3(s+2)}{(s+2)^2+1} \right\} \\ &= 3e^{-2t} - 3e^{-2t} \cos t \\ &= 3e^{-2t} (1 - \cos t)\end{aligned}$$

TEOREM PEMBEZAAN DAN PECAHAN SEPARA

Dapatkan persamaan pembezaan bagi fungsi $y(t)$ menggunakan kaedah jelmaan laplace.

$$y'' - 6y' + 8y = 0 \quad \text{given } y(0) = 2, \quad y' = 2, \quad y'(0) = 2$$

$$\text{Laplace : } [s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0)] - 6[sY(s) - x(0)] + 8Y(s) = 0$$

$$[s^2 Y(s) - s(2) - 2] - 6[sY(s) - 2] + 8Y(s) = 0$$

$$Y(s)[s^2 - 6s + 8] - 2s - 2 + 12 = 0$$

$$Y(s)[s^2 - 6s + 8] - 2s + 10 = 0$$

$$Y(s)[s^2 - 6s + 8] = 2s - 10$$

$$Y(s) = \frac{2s-10}{s^2-6s+8}$$

$$Y(s) = \frac{2s-10}{s^2-6s+8} = \frac{2s-10}{(s-4)(s-2)}$$

$$Y(s) = \frac{2s-10}{(s-4)(s-2)} = \frac{A}{(s-4)} + \frac{B}{(s-2)}$$

$$2s-10 = A(s-2) + B(s-4)$$

$$\begin{aligned}\text{Bila } s = 2 \quad 2(2) - 10 &= 0 + B(2-4) \\ 4 - 10 &= -2B \\ B &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Bila } s = 4 \quad 2(4) - 10 &= 2A + 0 \\ 8 - 10 &= 2A \\ A &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Y(s) &= \frac{-1}{(s-4)} + \frac{3}{(s-2)} \\ &= \frac{3}{(s-2)} - \frac{1}{(s-4)}\end{aligned}$$

$$\therefore y(t) = 3\ell^{-1}\left(\frac{1}{(s-2)}\right) - \ell^{-1}\left(\frac{1}{(s-4)}\right)$$

$$\therefore y(t) = 3e^{2t} - e^{4t}$$

LATIHAN JELMAAN LAPLACE DAN SONGSANGAN LAPLACE

1. Dapatkan Jelmaan Laplace bagi yang berikut:

b) $f(t) = 5t^3 + 6t$

c) $f(t) = (t+1)^3$

d) $f(t) = 2\sin 4t - 7\cos 3t$

e) $f(t) = (\sin t - \cos t)^2$

f) $f(t) = 1 + 2t - \frac{1}{3}t^4$

g) $f(t) = 5e^{2t} - 3e^{-t}$

2. Tuliskan ungkapan berikut dalam bentuk pecahan separa dan seterusnya dapatkan Jelmaan Laplace Songsang.

(a) $\frac{1}{s(s-2)}$

(b) $\frac{1}{s(s^2+1)}$

(c) $\frac{1}{s^2(s^2+1)}$

(d) $\frac{16s^2}{(s-3)(s+1)^2}$

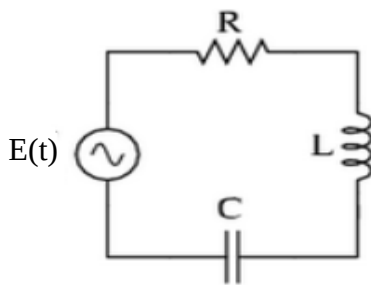
(e) $\frac{1}{s^4-1}$

(f) $\frac{3s+1}{s(s^2+1)}$

PENGGUNAAN JELMAAN LAPLACE DALAM LITAR ELEKTRIK

KONSEP ASAS LITAR RLC

Suatu litar RLC seperti yang ditunjukkan dalam Rajah di bawah adalah mengandungi satu perintang (diwakili oleh symbol R), satu inductor (diwakili oleh symbol L), satu kapasitor (diwakili oleh symbol C) dan satu sumber voltan dalam $E(t)$.



Perintang

- Hubungan voltan-arus dalam domain masa (t)

$$v(t) = Ri(t)$$

- Domain s

$$V(s) = RI(s)$$

Induktor

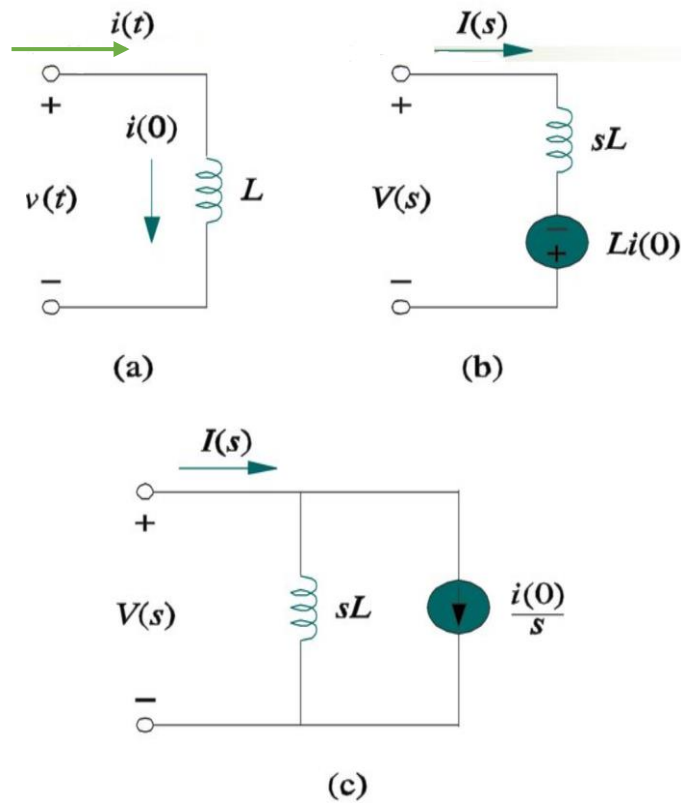
- Hubungan voltan-arus dalam domain masa (t)

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

- Domain s

$$V(s) = L[sI(s) - i(0^-)] = sLI(s) - Li(0^-)$$

$$I(s) = \frac{1}{sL} V(s) + \frac{i(0^-)}{s}$$



Kapasitor

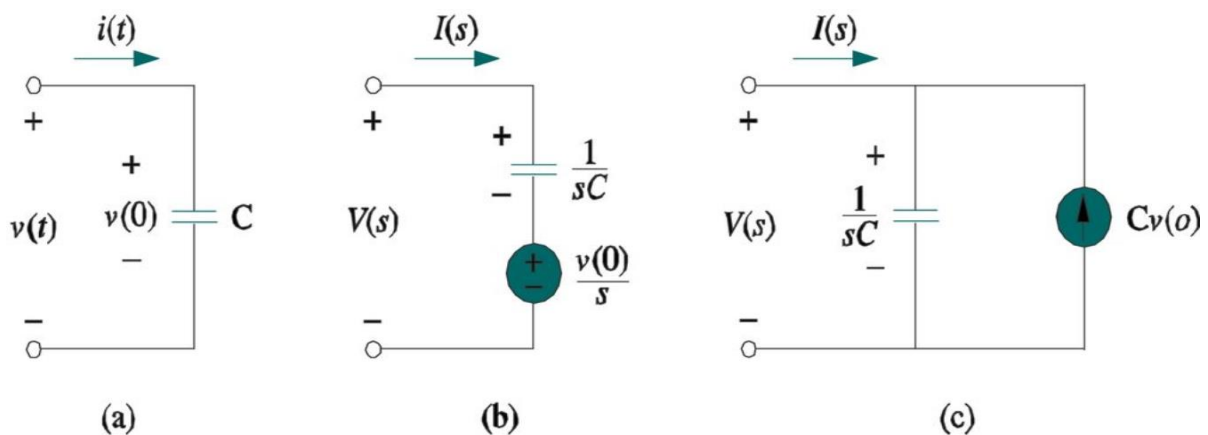
- Hubungan voltan-arus dalam domain masa (t)

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

- Domain s

$$I(s) = C[sV(s) - v(0^-)] = sCV(s) - Cv(0^-)$$

$$V(s) = \frac{1}{sC} I(s) + \frac{v(0^-)}{s}$$



Anggap Pada Keadaan Awal Adalah Sifar

▪ Voltage

$$V(s) = RI(s) \quad \leftarrow \text{perintang}$$

$$V(s) = sLI(s) \quad \leftarrow \text{induktor}$$

$$V(s) = \frac{1}{sC} I(s) \quad \leftarrow \text{kapasitor}$$

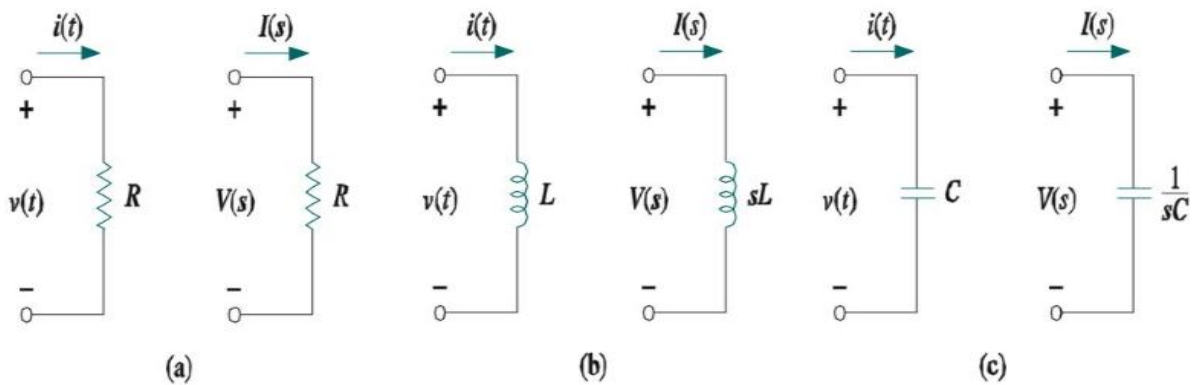
▪ Impedence

$$Z(s) = R \quad \leftarrow \text{perintang}$$

$$Z(s) = sL \quad \leftarrow \text{induktor}$$

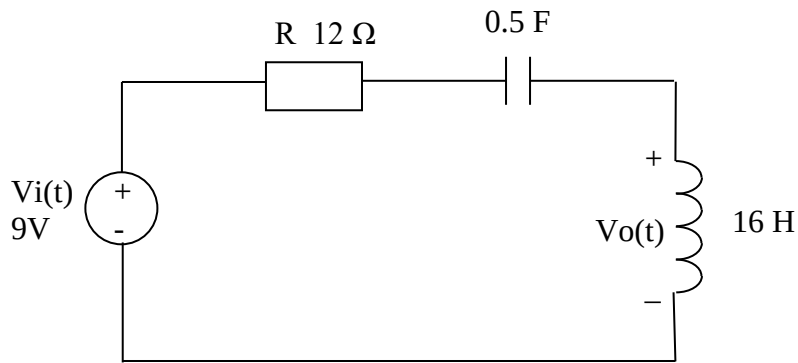
$$Z(s) = \frac{1}{sC} \quad \leftarrow \text{kapasitor}$$

Perwakilan elemen litar bagi keadaan awal sifar

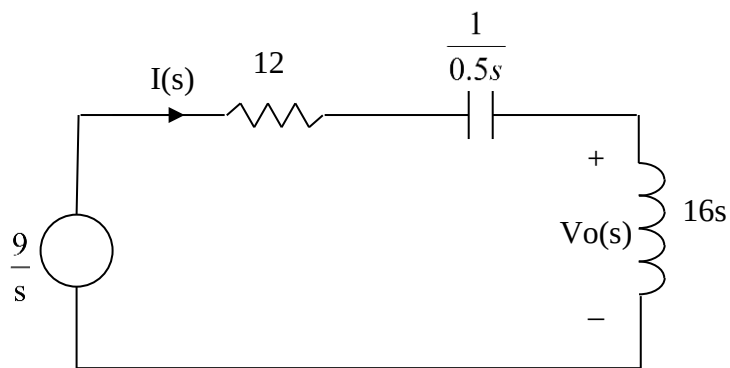


Contoh 1:

Kirakan rangkap pindah $\frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ bagi Rajah 1 di bawah.



Rajah 1



Litar Setara

Rangkap pindah bagi litar.

$$V_o(s) = \frac{Ls}{R + \frac{1}{Cs} + Ls} (V_i(s))$$

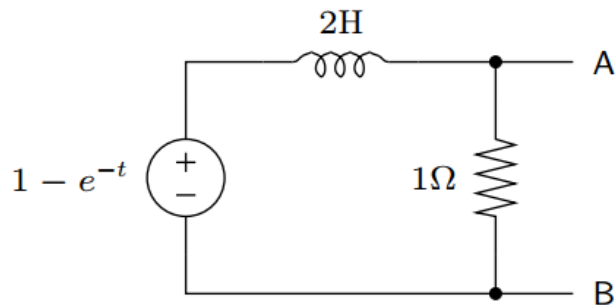
$$V_o(s) = \frac{16s}{12 + \frac{1}{0.5s} + 16s} (V_i(s))$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{16s}{12 + \frac{1}{0.5s} + 16s}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{8s^2}{(4s + 1)(2s + 1)}$$

Contoh 2:

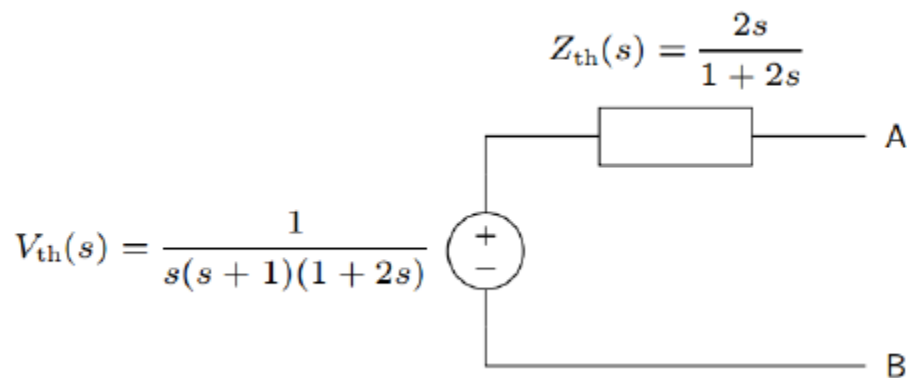
Tentukan litar setara Thevenin menggunakan Jelmaan Laplace



$$\text{Voltan bekalan dalam domain } s = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} = \frac{1}{s(s+1)}$$

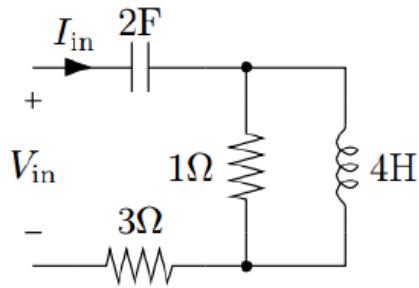
$$V_{th} = \frac{1}{s(s+1)} \frac{1}{1+2s}$$

$$Z_{th} = 1 \parallel 2s = \frac{2s}{1+2s}$$



Contoh 3:

Dapatkan sebutan voltan masukan V_{in} menggunakan kaedah jelmaan Laplace

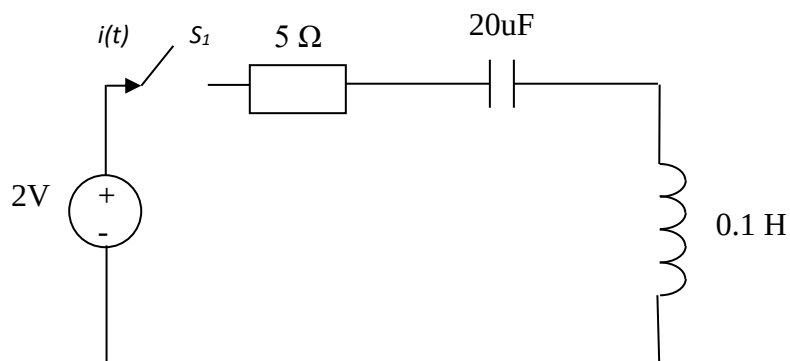


$$Z_{in} = 1/(2s) + (1 \parallel 4s) + 3 = \frac{1}{2s} + \frac{4s}{1 + 4s} + 3$$

$$V_{in}(s) = \left(\frac{1}{2s} + \frac{4s}{1 + 4s} + 3 \right) I_{in}(s)$$

Contoh 4:

Dapatkan arus apabila suis S ditutup pada $t = 0$ semua keadaan arus adalah sifar.

**Penyelesaian**

$$V_R + V_L + V_C = V_B$$

$$RI(s) + L[sI(s) - i(o)] + \left(\frac{I(s)}{sC} + \frac{v(o)}{s} \right) = \frac{V_B}{s} \quad \text{pada semua keadaan arus adalah sifar}$$

$$RI(s) + LsI(s) + \frac{I(s)}{sC} = \frac{V_B}{s}$$

$$RI(s) + LsI(s) + \frac{I(s)}{sC} = \frac{2}{s}$$

$$I(s)\left(R + Ls + \frac{1}{sC}\right) = \frac{2}{s}$$

$$I(s) = \frac{\frac{2}{s}}{\left(R + Ls + \frac{1}{sC}\right)}$$

$$I(s) = \frac{2}{s\left[5 + 0.1s + \frac{1}{(20 \times 10^{-6})s}\right]} = \frac{2}{s\left[5 + 0.1s + \frac{(5 \times 10^4)}{s}\right]}$$

$$I(s) = \frac{2}{5s + 0.1s^2 + (5 \times 10^4)} \quad (\text{semua bahagi dengan } 0.1)$$

$$I(s) = \frac{20}{50s + s^2 + (5 \times 10^5)}$$

$$I(s) = \frac{20}{s^2 + 50s + (5 \times 10^5)}$$

$$I(s) = \frac{20}{(s + 25)^2 - (25)^2 + 500000}$$

$$I(s) = \frac{20}{(s + 25)^2 + 499375}$$

$$I(s) = \frac{20}{(s + 25)^2 + \sqrt{(499375)^2}}$$

$$I(s) = \frac{20}{\sqrt{(499375)}} \times \frac{\sqrt{(499375)}}{(s + 25)^2 + \sqrt{(499375)^2}}$$

$$I(s) = \frac{20}{706.7} \times \frac{706.7}{(s + 25)^2 + (706.7)^2}$$

$$I(s) = 0.0283 \times \frac{706.7}{(s + 25)^2 + (706.7)^2} \quad ; \quad \text{bandingkan dalam jadual}$$

$$e^{at} \sin(bt) = \frac{b}{(s - a)^2 + b^2}$$

$$i(t) = \underline{0.0283 e^{-25t} \sin 706.7t}$$

$$\begin{aligned} & s^2 + 50s + 500000 \\ & a s^2 + b s + c ; b < c \\ & \left(s + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c \\ & \left(s + \frac{50}{2}\right)^2 - \left(\frac{50}{2}\right)^2 + 500000 \\ & (s + 25)^2 - (25)^2 + 500000 \\ & (s + 25)^2 + 499375 \end{aligned}$$



POLITEKNIK SEBERANG PERAI

JALAN PERMATANG PAUH,
13500 PERMATANG PAUH
PULAU PINANG

<http://www.psp.edu.my>